



# Annexe 1

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Physique, chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI)**

Discipline : **Mathématiques**

**Première année**

# Classe préparatoire PCSI

## Programme de mathématiques

### Table des matières

<b>Objectifs de formation</b>	<b>2</b>
Description et prise en compte des compétences . . . . .	2
Unité de la formation scientifique . . . . .	3
Architecture et contenu du programme . . . . .	4
Organisation du texte . . . . .	4
Usage de la liberté pédagogique . . . . .	5
 <b>Premier semestre</b>	 <b>6</b>
Raisonnement et vocabulaire ensembliste . . . . .	6
Nombres complexes et trigonométrie . . . . .	7
Calculs algébriques . . . . .	9
Techniques fondamentales de calcul en analyse . . . . .	9
A - Inégalités dans $\mathbb{R}$ . . . . .	9
B - Fonctions de la variable réelle à valeurs réelles ou complexes . . . . .	10
C - Primitives et équations différentielles linéaires . . . . .	11
Nombres réels et suites numériques . . . . .	12
Limites, continuité et dérivabilité . . . . .	13
A - Limites et continuité . . . . .	13
B - Dérivabilité . . . . .	15
Analyse asymptotique . . . . .	16
Systèmes linéaires et calcul matriciel . . . . .	17
A - Systèmes linéaires . . . . .	17
B - Calcul matriciel . . . . .	19
Entiers naturels et dénombrement . . . . .	20
A - Rudiments d'arithmétique dans $\mathbb{N}$ . . . . .	20
B - Dénombrement . . . . .	20
 <b>Deuxième semestre</b>	 <b>21</b>
Polynômes . . . . .	21
Espaces vectoriels et applications linéaires . . . . .	22
A - Espaces vectoriels . . . . .	22
B - Espaces vectoriels de dimension finie . . . . .	23
C - Applications linéaires . . . . .	23
Matrices et déterminants . . . . .	25
A - Matrices . . . . .	25
B - Déterminants . . . . .	26
Intégration . . . . .	27
Séries numériques . . . . .	28
Produit scalaire et espaces euclidiens . . . . .	29
Probabilités . . . . .	30
A - Généralités . . . . .	30
B - Variables aléatoires sur un univers fini . . . . .	31

Le programme de mathématiques de PCSI s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

Le programme du premier semestre est conçu de façon à viser trois objectifs majeurs :

- assurer la progressivité du passage aux études supérieures, en tenant compte des nouveaux programmes du cycle terminal de la filière S, dont il consolide et élargit les acquis ;
- consolider la formation des étudiants dans les domaines de la logique, du raisonnement et des techniques de calcul, qui sont des outils indispensables tant aux mathématiques qu'aux autres disciplines scientifiques ;
- présenter des notions nouvelles riches, de manière à susciter l'intérêt des étudiants.

## Objectifs de formation

La formation mathématique en classe préparatoire scientifique vise deux objectifs :

- l'acquisition d'un solide bagage de connaissances et de méthodes permettant notamment de passer de la perception intuitive de certaines notions à leur appropriation, afin de pouvoir les utiliser à un niveau supérieur, en mathématiques et dans les autres disciplines. Ce degré d'appropriation suppose la maîtrise du cours, c'est-à-dire des définitions, énoncés et démonstration des théorèmes figurant au programme ;
- le développement de compétences utiles aux scientifiques, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs ou enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour les résoudre, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Pour répondre à cette double exigence, et en continuité avec les programmes de mathématiques du lycée, les programmes des classes préparatoires définissent un corpus de connaissances et de capacités, et explicitent six grandes compétences qu'une activité mathématique bien conçue permet de développer :

- **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main où à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
- **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

## Description et prise en compte des compétences

### S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies

Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.

Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

### Modéliser

Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités.

La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles, mathématiques et informatique).

### **Représenter**

Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

### **Raisonner, argumenter**

La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension-même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

### **Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique**

Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent. Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

### **Communiquer à l'écrit et à l'oral**

La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

## **Unité de la formation scientifique**

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme ; les probabilités utilisent le vocabulaire ensembliste et illustrent certains résultats d'analyse.

Selon Galilée, fondateur de la science expérimentale, le grand livre de la nature est écrit en langage mathématique. Il n'est donc pas surprenant que les mathématiques interagissent avec des champs de connaissances partagés par d'autres disciplines. La globalité et la complexité du réel exigent le croisement des regards disciplinaires. Aussi le programme valorise-t-il l'interprétation des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques ou chimiques (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure de grandeurs, incertitudes...)

La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions. Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il peut s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un contexte historique et social donné, une problématique spécifique et la construction, pour la résoudre, d'outils mathématiques.

## Architecture et contenu du programme

L'année est découpée en deux semestres. À l'intérieur de chaque semestre, un équilibre est réalisé entre les différents champs du programme : analyse, algèbre, géométrie. S'y ajoute, au deuxième semestre, une introduction limitée d'un enseignement de probabilités visant à consolider les notions figurant dans le programme de Terminale S et à préparer celles qui seront ultérieurement introduites dans les grandes écoles ou les universités.

L'étude de chaque domaine permet de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation et d'établir des liens avec les autres disciplines.

En cohérence avec l'introduction d'un enseignement d'algorithmique au lycée, le programme encourage la démarche algorithmique et le recours à l'outil informatique (calculatrices, logiciels). Il identifie un certain nombre d'algorithmes qui doivent être connus et pratiqués par les étudiants. Ceux-ci doivent également savoir utiliser les fonctionnalités graphiques des calculatrices et des logiciels.

Afin de contribuer au développement des compétences de modélisation et de représentation, le programme préconise le recours à des figures géométriques pour aborder l'algèbre linéaire, les espaces euclidiens, les fonctions de variable réelle. Les notions de géométrie affine et euclidienne étudiées au lycée sont reprises dans un cadre plus général.

Le programme d'algèbre comprend deux volets. Le premier est l'étude de l'arithmétique des entiers naturels et des polynômes à une indéterminée. Le second, nettement plus volumineux, est consacré aux notions de base de l'algèbre linéaire, pour laquelle un équilibre est réalisé entre les points de vue géométrique et numérique. Il importe de souligner le caractère général des méthodes linéaires, notamment à travers leurs interventions en analyse et en géométrie.

Le programme d'analyse est centré autour des concepts fondamentaux de fonction et de suite. Les interactions entre les aspects discret et continu sont mises en valeur. Le programme d'analyse combine l'étude de problèmes qualitatifs et quantitatifs, il développe conjointement l'étude du comportement global de suite ou de fonction avec celle de leur comportement local ou asymptotique. À ce titre, les méthodes de l'analyse asymptotique font l'objet d'un chapitre spécifique, qui est exploité ultérieurement dans l'étude des séries. Pour l'étude des solutions des équations, le programme allie les problèmes d'existence et d'unicité, les méthodes de calcul exact et les méthodes d'approximation.

La pratique de calculs simples permet aux étudiants de s'approprier de manière effective les notions du programme. Le choix a donc été fait d'introduire très tôt un module substantiel visant à consolider les pratiques de calcul (dérivation des fonctions, calcul de primitives, résolution de certains types d'équations différentielles). Les théories sous-jacentes sont étudiées ultérieurement, ce qui doit en faciliter l'assimilation.

Les étudiants doivent savoir mettre en œuvre directement (c'est-à-dire sans recourir à un instrument de calcul), sur des exemples simples, un certain nombre de méthodes de calcul, mais aussi connaître leur cadre d'application et la forme des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

L'enseignement des probabilités se place dans le cadre des univers finis. Il a vocation à interagir avec le reste du programme. La notion de variable aléatoire permet d'aborder des situations réelles nécessitant une modélisation probabiliste.

Le volume global du programme a été conçu pour libérer des temps dédiés à une mise en activité effective des étudiants, quel que soit le contexte proposé (cours, travaux dirigés).

## Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement que des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours. À l'intérieur de chaque semestre, le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. À l'intérieur de chaque semestre, le professeur conduit en toute liberté, dans le respect de la cohérence de la formation globale, l'organisation de son enseignement et le choix de ses méthodes. En particulier, la chronologie retenue dans la présentation des différents chapitres de chaque semestre ne doit pas être interprétée comme un modèle de progression. Cependant, la progression retenue au cours du premier semestre doit respecter les

objectifs de l'enseignement dispensé au cours de cette période. Ces objectifs sont détaillés dans le bandeau qui suit le titre « Premier semestre ».

Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes...) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

- celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;
- celles qui sont indiquées dans les bandeaux ou dans la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;
- celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit en particulier des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme.

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.

Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les autres disciplines scientifiques.

Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole  $\Leftrightarrow$  PC pour la physique et la chimie,  $\Leftrightarrow$  SI pour les sciences industrielles de l'ingénieur et  $\Leftrightarrow$  I pour l'informatique.

On pourra aussi se reporter à l'appendice aux programmes *Outils mathématiques pour la physique-chimie*.

### Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes de résolution favorise cette mise en activité ;
- didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

## Premier semestre

Le premier semestre vise deux objectifs majeurs :

- aménager un passage progressif de la classe de Terminale à l'enseignement supérieur en commençant par consolider et approfondir les connaissances des bacheliers. À ce titre, le chapitre « Raisonnement et vocabulaire ensembliste » regroupe des notions de logique et d'algèbre générale dont la plupart ont été mises en place au lycée. Il s'agit de les consolider et de les structurer afin qu'elles soient maîtrisées par les étudiants à la fin du premier semestre. Ce chapitre n'a pas vocation à être enseigné d'un seul tenant et en tout début de semestre.

Le chapitre « Techniques fondamentales de calcul en analyse » prend lui aussi appui sur les acquis de Terminale. Il est axé sur la *pratique* des techniques de l'analyse réelle, basée sur l'application de théorèmes qui sont admis à ce stade.

- susciter la curiosité et l'intérêt des étudiants en leur présentant un spectre suffisamment large de problématiques et de champs nouveaux. À ce titre, les chapitres « Nombres réels et suites numériques » et « Limites, continuité, dérivabilité », plus théoriques que les précédents, instaurent les fondements de l'analyse réelle. Y sont en particulier démontrés les théorèmes qui justifient les techniques présentées dans le chapitre « Techniques fondamentales de calcul en analyse ».

Le chapitre « Systèmes linéaires et calcul matriciel » a pour objectif d'introduire l'algèbre linéaire en initiant les étudiants aux aspects algorithmiques de l'algèbre linéaire matricielle. La maîtrise de la méthode du pivot de Gauss-Jordan et du calcul matriciel sont des capacités attendues en fin de semestre. Ces notions seront réinvesties avec profit lors du cours d'algèbre linéaire du second semestre (familles libres ou génératrices de  $\mathbb{K}^n$ , calcul du rang...). Le chapitre « Entiers naturels et dénombrement » est une introduction à la combinatoire. Il trouvera un prolongement naturel dans l'étude des probabilités traitée au second semestre.

Les ensembles de nombres usuels  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$  sont supposés connus.

### Raisonnement et vocabulaire ensembliste

*Ce chapitre regroupe le vocabulaire, les notations et les modes de raisonnement nécessaires aux étudiants pour la conception et la rédaction efficace d'un texte mathématique. Ils doivent être introduits de manière progressive et être acquis en fin de premier semestre. Le programme se limite à une approche naïve des notions d'ensemble et d'application. En particulier, toute étude systématique de la logique ou de la théorie des ensembles est exclue. L'algèbre générale ne figure pas au programme. Plusieurs groupes classiques étant rencontrés en algèbre linéaire, la terminologie associée peut être utilisée mais aucune connaissance théorique sur cette structure n'est exigible.*

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Rudiments de logique

Quantificateurs.

Les étudiants doivent savoir employer les quantificateurs pour formuler de façon précise certains énoncés et leur négation. En revanche, l'emploi des quantificateurs en guise d'abréviations est exclu.

Implication, contraposition, équivalence.

Modes de raisonnement : raisonnement par récurrence, par contraposition, par l'absurde, par analyse-synthèse.

Toute construction et toute axiomatique de  $\mathbb{N}$  sont hors programme. Le raisonnement par analyse-synthèse est l'occasion de préciser les notions de condition nécessaire et de condition suffisante.

#### b) Ensembles

Appartenance, inclusion.

Sous-ensembles (ou parties) d'un ensemble, ensemble vide.

Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, complémentaire.

Notations  $\mathbb{C}_E^A$ ,  $\overline{A}$ ,  $E \setminus A$ .

Les étudiants doivent maîtriser le lien entre connecteurs logiques et opérations ensemblistes.

Produit cartésien de deux ensembles, d'un nombre fini d'ensembles.

Ensemble des parties d'un ensemble.

**c) Applications et relations d'équivalence**

Application d'un ensemble non vide $E$ dans un ensemble non vide $F$ ; graphe d'une application.	Le point de vue est intuitif : une application de $E$ dans $F$ associe à tout élément de $E$ un unique élément de $F$ . Notations $\mathcal{F}(E, F)$ et $F^E$ pour l'ensemble des applications de $E$ dans $F$ .
Famille d'éléments d'un ensemble $E$ indexée par un ensemble fini.	
Fonction indicatrice d'une partie $A$ d'un ensemble $E$ .	Notation $\mathbb{1}_A$ .
Restriction.	Notation $f _A$ .
Image directe.	Notation $f(A)$ .
Image réciproque.	Notation $f^{-1}(B)$ .
Composition.	
Injection, surjection. Composée de deux injections, de deux surjections.	
Bijection, réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.	
Relation d'équivalence, classes d'équivalence.	La notion d'ensemble quotient est hors programme.

**Nombres complexes et trigonométrie**

L'objectif de ce chapitre est de consolider et d'approfondir les acquis du cycle terminal. Le programme combine plusieurs aspects :

- équations algébriques (équations du second degré, racines  $n$ -ièmes d'un nombre complexe) ;
- interprétation géométrique des nombres complexes, utilisation des nombres complexes en géométrie plane ;
- exponentielle complexe et applications à la trigonométrie.

Il est recommandé d'illustrer le cours de nombreuses figures.

**a) Nombres complexes**

Parties réelle et imaginaire.	La construction de $\mathbb{C}$ n'est pas exigible.
Opérations sur les nombres complexes.	
Conjugaison, compatibilité avec les opérations.	
Point du plan associé à un nombre complexe, affixe d'un point du plan, affixe d'un vecteur du plan.	On identifie $\mathbb{C}$ au plan usuel muni d'un repère orthonormé direct.

**b) Module d'un nombre complexe**

Module.	Interprétation géométrique de $ z - z' $ , cercles et disques.
Relation $ z ^2 = z\bar{z}$ , module d'un produit, d'un quotient.	
Inégalité triangulaire, cas d'égalité.	

**c) Nombres complexes de module 1 et trigonométrie**

Cercle trigonométrique. Paramétrisation par les fonctions circulaires.	Notation $\cup$ . Les étudiants doivent savoir retrouver des formules du type $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$ et résoudre des équations et inéquations trigonométriques en s'aidant du cercle trigonométrique.
Définition de $e^{it}$ pour $t$ réel.	
Si $t$ et $t'$ sont deux réels, alors : $e^{i(t+t')} = e^{it} e^{it'}$ .	Factorisation de $1 \pm e^{it}$ . Les étudiants doivent savoir factoriser des expressions du type $\cos(p) + \cos(q)$ .
Formules exigibles : $\cos(a \pm b)$ , $\sin(a \pm b)$ , $\cos(2a)$ , $\sin(2a)$ , $\cos(a)\cos(b)$ , $\sin(a)\sin(b)$ , $\cos(a)\sin(b)$ .	
Fonction tangente.	Notation $\tan$ .
Formule $\tan(a \pm b)$ .	

Formules d'Euler :

$$\cos(t) = \frac{e^{it} + e^{-it}}{2}, \quad \sin(t) = \frac{e^{it} - e^{-it}}{2i}.$$

Linéarisation, calcul de  $\sum_{k=0}^n \cos(kt)$ , de  $\sum_{k=1}^n \sin(kt)$ .

Formule de Moivre.

**d) Arguments d'un nombre complexe non nul**Écriture d'un nombre complexe non nul sous la forme  $re^{i\theta}$  avec  $r > 0$  et  $\theta \in \mathbb{R}$ .

Arguments d'un nombre complexe non nul.

Relation de congruence modulo  $2\pi$  sur  $\mathbb{R}$ .

Argument d'un produit, d'un quotient.

Transformation de  $a \cos(t) + b \sin(t)$  en  $A \cos(t - \varphi)$ . $\Leftrightarrow$  PC et SI : amplitude et phase.**e) Équation du second degré**

Racines carrées d'un nombre complexe.

Résolution des équations du second degré, discriminant.

Somme et produit des racines d'une équation du second degré.

**f) Racines  $n$ -ièmes**Description des racines  $n$ -ièmes de l'unité.Équation  $z^n = a$ .Notation  $\mathbb{U}_n$ .

Représentation géométrique des solutions.

**g) Exponentielle complexe**Définition de  $e^z$  pour  $z$  complexe :  $e^z = e^{\operatorname{Re}(z)} e^{i \operatorname{Im}(z)}$ .Notations  $\exp(z)$ ,  $e^z$ . $\Leftrightarrow$  PC et SI : définition d'une impédance complexe en régime sinusoïdal.

Exponentielle d'une somme.

Pour tous  $z$  et  $z'$  dans  $\mathbb{C}$ ,  $\exp(z) = \exp(z')$  si et seulement si  $z - z' \in 2i\pi\mathbb{Z}$ .**h) Nombres complexes et géométrie plane**

Traduction de l'alignement et de l'orthogonalité au moyen d'affixes.

Transformation  $z \mapsto e^{i\theta} z$ ; rotation plane de centre  $O$  et d'angle  $\theta$ .

Il s'agit d'introduire le concept de transformation du plan, dont l'étude ne figure pas aux programmes des classes antérieures.

Transformation  $z \mapsto z + b$ ; interprétation en termes de translation.Transformation  $z \mapsto kz$ , ( $k \in \mathbb{R}^*$ ); homothétie de centre  $O$  et de rapport  $k$ .Transformation  $z \mapsto \bar{z}$ ; interprétation en termes de symétrie axiale.

## Calculs algébriques

Ce chapitre a pour but de présenter quelques notations et techniques fondamentales de calcul algébrique, notamment en vue de l'enseignement de la combinatoire et des probabilités.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Sommes et produits

Somme et produit d'une famille finie de nombres complexes.

Notations  $\sum_{i \in I} a_i$ ,  $\sum_{i=1}^n a_i$ ,  $\prod_{i \in I} a_i$ ,  $\prod_{i=1}^n a_i$ .

Sommes et produits télescopiques, exemples de changements d'indices et de regroupements de termes.

Somme d'une progression arithmétique ou géométrique finie de nombres complexes.

Factorisation de  $a^n - b^n$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Sommes doubles. Produit de deux sommes finies.

Sommes triangulaires.

#### b) Coefficients binomiaux et formule du binôme

Factorielle. Coefficients binomiaux.

Notation  $\binom{n}{p}$ .

Relation  $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$ .

Formule et triangle de Pascal.

Lien avec la méthode d'obtention des coefficients binomiaux utilisée en classe de Première.

Formule du binôme dans  $\mathbb{C}$ .

## Techniques fondamentales de calcul en analyse

Le point de vue adopté dans ce chapitre est principalement pratique : il s'agit, en prenant appui sur les acquis du lycée, de mettre en œuvre des techniques de l'analyse, en particulier celles de majoration. Les définitions précises et les constructions rigoureuses des notions de calcul différentiel ou intégral utilisées sont différées à un chapitre ultérieur. Cette appropriation en deux temps est destinée à faciliter les apprentissages.

Les objectifs de formation sont les suivants :

- une bonne maîtrise des automatismes et du vocabulaire de base relatifs aux inégalités ;
- l'introduction de fonctions pour établir des inégalités ;
- la manipulation des fonctions classiques dont le corpus est étendu ;
- le calcul de dérivées et de primitives ;
- la mise en pratique, sur des exemples simples, de l'intégration par parties et du changement de variable ;
- l'application des deux points précédents aux équations différentielles.

Les étudiants doivent connaître les principales techniques de calcul et savoir les mettre en pratique sur des cas simples. Le cours sur les équations différentielles est illustré par des exemples issus des autres disciplines scientifiques.

### A - Inégalités dans $\mathbb{R}$

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

Relation d'ordre sur  $\mathbb{R}$ . Compatibilité avec les opérations.

Intervalles de  $\mathbb{R}$ .

Exemples de majoration et de minoration de sommes, de produits et de quotients.

Valeur absolue. Inégalité triangulaire.

Interprétation sur la droite réelle d'inégalités du type  $|x - a| \leq b$ .

Parties majorées, minorées, bornées.

Majorant, minorant ; maximum, minimum.

## B - Fonctions de la variable réelle à valeurs réelles ou complexes

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Généralités sur les fonctions

Ensemble de définition.

Représentation graphique d'une fonction  $f$  à valeurs réelles.

Graphes des fonctions  $x \mapsto f(x) + a$ ,  $x \mapsto f(x + a)$ ,  
 $x \mapsto f(a - x)$ ,  $x \mapsto f(ax)$ ,  $x \mapsto a f(x)$ .

Résolution graphique d'équations et d'inéquations du type  $f(x) = \lambda$  et  $f(x) \leq \lambda$ .

Interprétation géométrique de ces propriétés.

Parité, imparité, périodicité.

Somme, produit, composée.

Monotonie.

Bijektivité, réciproque d'une bijection.

Fonctions majorées, minorées, bornées.

Graphe d'une réciproque.

Traduction géométrique de ces propriétés.

Une fonction  $f$  est bornée si et seulement si  $|f|$  est majorée.

#### b) Dérivation

Équation de la tangente en un point.

Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée.

Ces résultats sont admis à ce stade.

$\Leftrightarrow$  SI : étude cinématique.

$\Leftrightarrow$  PC : exemples de calculs de dérivées partielles.

À ce stade, toute théorie sur les fonctions de plusieurs variables est hors programme.

Tableau de variation.

Dérivée d'une réciproque.

Interprétation géométrique de la dérivabilité et du calcul de la dérivée d'une bijection réciproque.

Dérivées d'ordre supérieur.

#### c) Étude d'une fonction

Détermination des symétries et des périodicités afin de réduire le domaine d'étude, tableau de variations, asymptotes verticales et horizontales, tracé du graphe.

Application à la recherche d'extremums et à l'obtention d'inégalités.

#### d) Fonctions usuelles

Étude des fonctions exponentielle, cosinus et sinus hyperboliques, logarithme népérien, puissances.

Dérivée, variation et graphe.

Les fonctions puissances sont définies sur  $\mathbb{R}_+^*$  et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur  $\mathbb{R}_-^*$ .

Relations  $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$ ,  $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$ ,  $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$ .

Fonction logarithme décimal.

Notation  $\log$  ou  $\log_{10}$ .

$\Leftrightarrow$  PC : pH.

$\Leftrightarrow$  SI : représentation des diagrammes de Bode.

Croissances comparées des fonctions logarithme, puissances et exponentielle.

Fonctions sinus, cosinus, tangente.

$\Leftrightarrow$  PC et SI.

Fonctions circulaires réciproques.

Notations Arcsin, Arccos, Arctan.

La fonction tangente hyperbolique et les fonctions hyperboliques réciproques sont hors programme.

#### e) Dérivation d'une fonction complexe d'une variable réelle

Dérivée d'une fonction à valeurs complexes.

La dérivée est définie via les parties réelle et imaginaire.

Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient.

Brève extension des résultats sur les fonctions à valeurs réelles.

Dérivée de  $\exp(\varphi)$  où  $\varphi$  est une fonction dérivable à valeurs complexes.

$\Leftrightarrow$  PC et SI : électrocinétique.

**a) Calcul de primitives**

Primitives d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes.

Description de l'ensemble des primitives d'une fonction sur un intervalle connaissant l'une d'entre elles.

Les étudiants doivent savoir utiliser les primitives de  $x \mapsto e^{\lambda x}$  pour calculer celles de  $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$  et  $x \mapsto e^{ax} \sin(bx)$ .

$\Leftrightarrow$  PC et SI : cinématique.

Primitives des fonctions puissances, cosinus, sinus, tangente, exponentielle, logarithme,

Les étudiants doivent savoir calculer les primitives de fonctions du type

$$x \mapsto \frac{1}{1+x^2}, \quad x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$x \mapsto \frac{1}{ax^2+bx+c}$$

et reconnaître les dérivées de fonctions composées.

Dérivée de  $x \mapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$  où  $f$  est continue.

Résultat admis à ce stade.

Toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives.

Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive.

Intégration par parties pour des fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$ .

On définit à cette occasion la classe  $\mathcal{C}^1$ . Application au calcul de primitives.

Changement de variable : si  $\varphi$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $I$  et si  $f$  est continue sur  $\varphi(I)$ , alors pour tous  $a$  et  $b$  dans  $I$

$$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x) dx = \int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t) dt.$$

**b) Équations différentielles linéaires du premier ordre**

Notion d'équation différentielle linéaire du premier ordre :

Équation homogène associée.

Cas particulier où la fonction  $a$  est constante.

$$y' + a(x)y = b(x)$$

où  $a$  et  $b$  sont des fonctions continues définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  à valeurs réelles ou complexes.

Résolution d'une équation homogène.

Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.

$\Leftrightarrow$  PC : régime libre, régime forcé ; régime transitoire, régime établi.

Principe de superposition.

Méthode de la variation de la constante.

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

$\Leftrightarrow$  PC et SI : modélisation des circuits électriques RC, RL et de systèmes mécaniques linéaires.

**c) Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants**

Notion d'équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants :

Équation homogène associée.

$$y'' + ay' + by = f(x)$$

où  $a$  et  $b$  sont des scalaires et  $f$  est une application continue à valeurs dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

Résolution de l'équation homogène.

Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.

Si  $a$  et  $b$  sont réels, description des solutions réelles.

Les étudiants doivent savoir déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme  $x \mapsto Ae^{\lambda x}$  avec  $(A, \lambda) \in \mathbb{C}^2$ ,  $x \mapsto B \cos(\omega x)$  et  $x \mapsto B \sin(\omega x)$  avec  $(B, \omega) \in \mathbb{R}^2$ .

$\Leftrightarrow$  PC : régime libre, régime forcé ; régime transitoire, régime établi.

Principe de superposition. Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	La démonstration de ce résultat est hors programme. $\Leftrightarrow$ PC et SI : modélisation des circuits électriques LC, RLC et de systèmes mécaniques linéaires.
--	--

## Nombres réels et suites numériques

*L'objectif est d'énoncer les propriétés fondamentales de la droite réelle, et de les appliquer à l'étude des suites, qui interviennent en mathématiques tant pour leur intérêt pratique (modélisation de phénomènes discrets) que théorique (approximation de nombres réels). On distingue les aspects qualitatifs (monotonie, convergence, divergence) des aspects quantitatifs (majoration, encadrement, vitesse de convergence ou de divergence).*

### a) Ensembles usuels de nombres

Entiers naturels, entiers relatifs, nombres décimaux, rationnels. Droite réelle. La relation d'ordre $\leq$ sur $\mathbb{R}$ : majorant, minorant, maximum, minimum. Borne supérieure (resp. inférieure) d'une partie non vide majorée (resp. minorée) de $\mathbb{R}$ . Partie entière. Approximations décimales.	La construction de $\mathbb{R}$ est hors programme.  Notation $\lfloor x \rfloor$ . Valeurs décimales approchées à la précision $10^{-n}$ par défaut et par excès.
Une partie $X$ de $\mathbb{R}$ est un intervalle si et seulement si, pour tous $a$ et $b$ dans $X$ , on a $[a, b] \subset X$ .	

### b) Généralités sur les suites réelles

Modes de définition d'une suite. Monotonie. Suite minorée, majorée, bornée.	De façon explicite, implicite ou par récurrence. Une suite $(u_n)$ est bornée si et seulement si $( u_n )$ est majorée. Exemples d'étude de la monotonie d'une suite définie par $u_{n+1} = f(u_n)$ .
Suites stationnaires. Suites arithmétiques, suites géométriques.	Les étudiants doivent connaître une méthode de calcul du terme général d'une suite définie par $u_{n+1} = au_n + b$ . La démonstration sera faite dans le cours d'algèbre linéaire.
Suites récurrentes linéaires d'ordre deux.	

### c) Limite d'une suite réelle

Limite finie ou infinie d'une suite.	Notation $u_n \rightarrow \ell$ . Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Lien avec la définition vue en classe de Terminale. Les étudiants doivent savoir démontrer l'existence d'une limite réelle $\ell$ en majorant $ u_n - \ell $ .
Unicité de la limite. Suite convergente, suite divergente. Toute suite réelle convergente est bornée. Opérations sur les limites : combinaisons linéaires, produit, quotient. Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.	Notation $\lim u_n$ .

**d) Théorèmes d'existence d'une limite**

Théorème de convergence par encadrement. Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.  
Théorème de la limite monotone.  
Théorème des suites adjacentes.

**e) Suites extraites**

Suites extraites d'une suite.	La notion de valeur d'adhérence est hors programme. Le théorème de Bolzano-Weierstrass est hors programme.
Si une suite possède une limite (finie ou infinie), alors toutes ses suites extraites possèdent la même limite.	Utilisation des suites extraites pour montrer la divergence d'une suite.

**f) Brève extension aux suites complexes**

Convergence d'une suite complexe. Suites complexes bornées ; toute suite complexe convergente est bornée. Opérations sur les suites convergentes : combinaisons linéaires, produit, quotient.	Traduction à l'aide des parties réelle et imaginaire.
---	---

**Limites, continuité et dérivabilité**

*Ce chapitre est divisé en deux parties, consacrées aux limites et à la continuité pour la première, au calcul différentiel pour la seconde. On y formalise les résultats qui ont été utilisés d'un point de vue calculatoire dans le premier chapitre d'analyse.*

*Dans de nombreuses questions de nature qualitative, on visualise une fonction par son graphe. Il convient de souligner cet aspect géométrique en ayant recours à de nombreuses figures.*

*Les fonctions sont définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  non vide et non réduit à un point et, sauf dans les paragraphes A-d) et B-d), sont à valeurs réelles.*

*Dans un souci d'unification, on dit qu'une propriété portant sur une fonction  $f$  définie sur  $I$  est vraie au voisinage de  $a$  si elle est vraie sur l'intersection de  $I$  avec un intervalle ouvert centré sur  $a$  si  $a$  est réel, avec un intervalle  $[A, +\infty[$  si  $a = +\infty$ , avec un intervalle  $]-\infty, A]$  si  $a = -\infty$ .*

**A - Limites et continuité**

*L'essentiel du paragraphe a) consiste à adapter au cadre continu les notions déjà abordées pour les suites. Afin d'éviter des répétitions, le professeur a la liberté d'admettre certains résultats.*

*Pour la pratique du calcul de limites, on se borne à ce stade à des calculs très simples, en attendant de pouvoir disposer d'outils efficaces (développements limités).*

**a) Limite d'une fonction en un point**

Étant donné un point $a$ appartenant à $I$ ou extrémité de $I$ , limite finie ou infinie d'une fonction en $a$ . Limite finie ou infinie d'une fonction en $\pm\infty$ .	Notations $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell$ , $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} \ell$ . Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Les étudiants doivent savoir démontrer l'existence d'une limite réelle $\ell$ en majorant $ f(x) - \ell $ .
Unicité de la limite. Si $f$ admet une limite finie en $a$ alors $f$ est bornée au voisinage de $a$ . Limite à droite, limite à gauche.	Notation $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ . Notations $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x)$ ou $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ .
Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en $a$ .	Extension de la notion de limite en $a$ lorsque la fonction est définie sur $I \setminus \{a\}$ . Adaptation des énoncés relatifs aux suites.

Image d'une suite de limite  $a$  par une fonction admettant une limite en  $a$ .

Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.

Théorèmes d'encadrement (limite finie), de minoration (limite  $+\infty$ ) et de majoration (limite  $-\infty$ ).

Théorème de la limite monotone.

Démonstration non exigible.

### b) Continuité en un point

Continuité de  $f$  en un point  $a$  de  $I$ .

La fonction  $f$  est continue en  $a$  si et seulement si elle admet une limite finie en  $a$ .

Continuité à droite et à gauche.

Prolongement par continuité en un point.

Si  $a$  est une extrémité de  $I$  n'appartenant pas à  $I$ ,  $f$  admet une limite finie en  $a$  si et seulement si elle est prolongeable par continuité en  $a$ .

Image d'une suite de limite  $a$  par une fonction continue en  $a$ .

Application aux suites définies par  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

Opérations : combinaisons linéaires, produit, quotient, composition.

### c) Continuité sur un intervalle

Opérations : combinaisons linéaires, produit, quotient, composition.

Théorème des valeurs intermédiaires.

Image d'un intervalle par une fonction continue.

Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

Toute fonction  $f$  continue et strictement monotone sur un intervalle  $I$  réalise une bijection de  $I$  sur l'intervalle  $f(I)$ , et sa réciproque est continue et strictement monotone sur l'intervalle  $f(I)$ , et de même monotonie que  $f$ .

$\Leftrightarrow$  I : application de l'algorithme de dichotomie à la recherche d'un zéro d'une fonction continue.

La démonstration est hors programme.

### d) Brève extension aux fonctions à valeurs complexes

Limite de  $f$  en  $a$ , continuité de  $f$  en  $a$ , continuité de  $f$  sur un intervalle  $I$ .

Traduction à l'aide des parties réelle et imaginaire.

Fonctions bornées au voisinage de  $a$ .

Toute fonction admettant une limite finie en  $a$  est bornée au voisinage de  $a$ .

Opérations sur les fonctions admettant une limite finie en  $a$ , continues en  $a$  ou continues sur un intervalle  $I$  : combinaisons linéaires, produit, quotient.

**a) Nombre dérivé, fonction dérivée**

Dérivabilité en un point, nombre dérivé.

Développement limité à l'ordre 1.

Interprétation géométrique.

$\Leftrightarrow$  SI : identification d'un modèle de comportement au voisinage d'un point de fonctionnement.

$\Leftrightarrow$  SI : représentation graphique de la fonction sinus cardinal au voisinage de 0.

$\Leftrightarrow$  I : méthode de Newton.

La dérivabilité entraîne la continuité.

Dérivabilité à gauche, à droite.

Dérivabilité et dérivée sur un intervalle.

Opérations sur les fonctions dérivables et les dérivées : combinaison linéaire, produit, quotient, composition, réciproque.

Tangente au graphe d'une réciproque.

La dérivabilité entraîne la continuité.

À ce stade, on peut écrire le reste sous la forme  $(x - a)\varepsilon(x - a)$  et n'introduire la notation  $o$  que plus tard.

Tangente au graphe de  $f$  au point d'abscisse  $a$ .

Dérivabilité à droite, à gauche.

Dérivabilité d'une fonction sur un intervalle.

Opérations sur les fonctions dérivables en un point, dérivables sur un intervalle : combinaison linéaire, produit, quotient, composée, réciproque.

**b) Propriétés des fonctions dérivables**

Extremum local. Condition nécessaire en un point intérieur.

Théorème de Rolle.

Égalité des accroissements finis.

Inégalité des accroissements finis : si  $f$  est dérivable sur  $I$  et si  $|f'|$  est bornée par  $M$  sur  $I$ , alors  $f$  est  $M$ -lipschitzienne sur  $I$ .

Interprétations géométrique et cinématique.

La notion de fonction lipschitzienne est introduite à ce stade ; elle n'appelle aucun développement supplémentaire.

Application aux suites définies par  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

$\Leftrightarrow$  I : algorithme de recherche du point fixe pour une fonction contractante.

Caractérisation des fonctions constantes, croissantes, strictement croissantes parmi les fonctions dérivables.

Théorème de la limite de la dérivée : si  $f$  est dérivable sur  $I \setminus \{a\}$ , continue sur  $I$  et si  $f'(x)$  tend vers  $\ell$  (réel ou infini) lorsque  $x$  tend vers  $a$ , alors  $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  tend vers  $\ell$  lorsque  $x$  tend vers  $a$ .

Interprétation géométrique.

Si  $\ell$  est un nombre réel, alors  $f$  est dérivable en  $a$  et  $f'(a) = \ell$ .

**c) Fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$** 

Pour  $k$  dans  $\mathbb{N}^* \cup \{\infty\}$ , fonction de classe  $\mathcal{C}^k$  sur  $I$ .

Opérations sur les fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$  : combinaison linéaire, produit (formule de Leibniz), quotient, composition, réciproque.

Les démonstrations relatives à la composition et à la réciproque ne sont pas exigibles.

**d) Fonctions complexes**

Brève extension des définitions et résultats précédents.

Caractérisation de la dérivabilité en termes de partie réelle et imaginaire.

Interprétation cinématique.

Inégalité des accroissements finis pour une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$ .

Le résultat, admis à ce stade, sera justifié dans le chapitre « Intégration ». Il convient de montrer par un contre-exemple que le théorème de Rolle ne s'étend pas.

## Analyse asymptotique

L'objectif de ce chapitre est de familiariser les étudiants avec les techniques asymptotiques de base, dans les cadres discret et continu. Les suites et les fonctions y sont à valeurs réelles ou complexes, le cas réel jouant un rôle prépondérant.

On donne la priorité à la pratique d'exercices plutôt qu'à la vérification systématique de propriétés élémentaires.

La notion de développement asymptotique est hors programme.

Les étudiants doivent connaître les développements limités usuels et savoir rapidement mener à bien des calculs asymptotiques simples. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils logiciels.

### a) Relations de comparaison : cas des suites

Relations de domination, de négligeabilité, d'équivalence.

Notations  $u_n = O(v_n)$ ,  $u_n = o(v_n)$ ,  $u_n \sim v_n$ .  
On définit ces relations à partir du quotient  $\frac{u_n}{v_n}$  en supposant que la suite  $(v_n)$  ne s'annule pas à partir d'un certain rang.

Liens entre les relations de comparaison.  
Opérations sur les équivalents : produit, quotient, puissances.  
Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.

Traduction, à l'aide du symbole  $o$ , des croissances comparées des suites usuelles :  $\ln^\beta(n)$ ,  $n^\alpha$  et  $e^{\gamma n}$   
Équivalence entre les relations  $u_n \sim v_n$  et  $u_n - v_n = o(v_n)$ .

### b) Relations de comparaison : cas des fonctions

Adaptation aux fonctions des définitions et résultats du paragraphe précédent (en un point ou à l'infini).

### c) Développements limités

Si  $f$  est définie sur l'intervalle  $I$  et si  $a$  est un point de  $I$  ou une extrémité de  $I$ , développement limité d'ordre  $n$  de  $f$  au voisinage de  $a$ .

Unicité, troncature d'un développement limité.

Forme normalisée d'un développement limité :

$$f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{\equiv} h^p (a_0 + a_1 h + \dots + a_n h^n + o(h^n))$$

avec  $a_0 \neq 0$ .

Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit, quotient.

Adaptation au cas où  $f$  est définie sur  $I \setminus \{a\}$ .

Équivalence  $f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{\sim} a_0 h^p$ , signe de  $f$  au voisinage de  $a$ .

Intérêt de la forme normalisée pour prévoir l'ordre d'un développement limité.

Les étudiants doivent savoir déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une fonction composée. Aucun résultat général sur ce point n'est exigible.

La démonstration de l'existence du développement limité d'un quotient n'est pas exigible.

La division selon les puissances croissantes est hors programme.

Primitivation d'un développement limité.

Formule de Taylor-Young : développement limité à l'ordre  $n$  au voisinage d'un point  $a$  de  $I$  d'une application de classe  $\mathcal{C}^n$  sur  $I$ .

Développements limités à tout ordre au voisinage de 0 de  $x \mapsto \frac{1}{1-x}$ ,  $\exp$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $x \mapsto (1+x)^\alpha$ ,  $x \mapsto \ln(1+x)$ ,  $x \mapsto \operatorname{Arctan} x$  et de  $\tan$  à l'ordre 3.

La formule sera démontrée dans le chapitre « Intégration » .

#### d) Applications des développements limités

Calcul d'équivalents et de limites.

Étude locale d'une fonction : prolongement par continuité, dérivabilité d'un prolongement par continuité, tangente, position relative de la courbe et de la tangente, extremum.

Détermination d'asymptotes.

### Systèmes linéaires et calcul matriciel

*Ce chapitre est à concevoir comme une initiation aux structures algébriques et une préparation à l'algèbre linéaire « abstraite » qui sera étudiée au second semestre.*

*La problématique de départ est la résolution des systèmes linéaires. Elle est à la fois familière des étudiants – ils l'ont pratiquée dans l'enseignement secondaire pour de petites dimensions, par exemple en géométrie – et motivante par le nombre important de problèmes se ramenant à la résolution d'un système linéaire (méthode des différences finies, méthode des moindres carrés, etc). L'objectif majeur du sous-chapitre « A - Systèmes linéaires » est la justification et la mise en œuvre de l'algorithme de Gauss-Jordan de résolution d'un système linéaire.*

*La recherche d'une méthode systématique de résolution d'un système linéaire par cet algorithme conduit naturellement au calcul matriciel qui recèle à la fois des propriétés inhabituelles pour les étudiants (existence de diviseurs de 0, non commutativité) et des propriétés analogues à celles des ensembles de nombres (distributivité, etc.) qu'il convient de mettre en évidence.*

*L'ordre d'exposition choisi ci-dessous n'est nullement impératif. On pourra aussi bien commencer par introduire le calcul matriciel puis l'appliquer à la théorie des systèmes linéaires. On veillera à respecter les objectifs de formation suivants :*

- Familiariser les étudiants avec les différentes représentations des solutions d'un système linéaire.
- Entraîner au calcul matriciel. On évitera cependant tout excès de technicité et on se limitera à des systèmes et des matrices de taille raisonnable dans les applications numériques.
- Consolider la formation à l'algorithmique.

*Dans ce chapitre,  $\mathbb{K}$  désigne  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ , et  $n$  et  $p$  appartiennent à  $\mathbb{N}^*$ .*

#### A - Systèmes linéaires

##### a) Généralités sur les systèmes linéaires

Équation linéaire à  $p$  inconnues. Système linéaire de  $n$  équations à  $p$  inconnues.

Système homogène associé à un système linéaire.

Matrice  $A$  d'un système linéaire; matrice augmentée  $(A|B)$  où  $B$  est la colonne des seconds membres.

Opérations élémentaires sur les lignes d'un système ou d'une matrice : échange des lignes  $L_i$  et  $L_j$ , ajout de  $\lambda \cdot L_j$  à  $L_i$  pour  $i \neq j$ , multiplication de  $L_i$  par  $\lambda \neq 0$ .

Deux systèmes sont dits équivalents si on peut passer de l'un à l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.

Interprétations géométriques : représentation d'une droite, d'un plan.

On introduit les matrices comme tableaux rectangulaires d'éléments de  $\mathbb{K}$ .

On emploiera les notations suivantes :  $L_i \leftrightarrow L_j$ ,  $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$  et  $L_i \leftarrow \lambda L_i$ .

Deux systèmes équivalents ont le même ensemble de solutions.

Deux matrices sont dites équivalentes par lignes si elles se déduisent l'une de l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.

Si l'on passe d'un système  $\mathcal{S}$  à un autre système  $\mathcal{S}'$  par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes, la matrice augmentée de  $\mathcal{S}'$  s'obtient en effectuant la même suite d'opérations élémentaires sur la matrice augmentée de  $\mathcal{S}$ .

Notation  $A \underset{L}{\sim} A'$ .

Ce résultat justifie la présentation matricielle de la résolution d'un système linéaire.

### b) Échelonnement et algorithme du pivot de Gauss-Jordan

Une matrice est dite échelonnée par lignes si elle vérifie les deux propriétés suivantes :

- i. Si une ligne est nulle, toutes les lignes suivantes le sont aussi ;
- ii. À partir de la deuxième ligne, dans chaque ligne non nulle, le premier coefficient non nul à partir de la gauche est situé à droite du premier coefficient non nul de la ligne précédente.

On appelle pivot le premier coefficient non nul de chaque ligne non nulle.

Une matrice échelonnée en lignes est dite échelonnée réduite par lignes si elle est nulle ou si tous ses pivots sont égaux à 1 et sont les seuls éléments non nuls de leur colonne.

Toute matrice est équivalente par lignes à une unique matrice échelonnée réduite par lignes.

Un schéma « en escalier » illustre la notion de matrice échelonnée.

La démonstration de l'unicité n'est pas exigible.

$\Leftrightarrow$  I : algorithme du pivot de Gauss-Jordan.

Pour des systèmes de taille  $n > 3$  ou  $p > 3$ , on utilise l'outil informatique. On met en évidence sur un exemple l'instabilité numérique de la méthode due aux erreurs d'arrondis.

### c) Ensemble des solutions d'un système linéaire

Inconnues principales, inconnues secondaires ou paramètres.

Système incompatible. Système compatible.

Rang d'un système linéaire.

Le nombre de paramètres est égal à la différence du nombre d'inconnues et du rang.

Expression des solutions d'un système linéaire.

Application aux problèmes d'intersection en géométrie du plan et de l'espace.

$\Leftrightarrow$  PC et SI : résolution dans le cas  $n = p = 2$ .

Le rang est défini comme nombre de pivots de la réduite échelonnée par lignes de la matrice du système homogène associé.

Description des solutions au moyen d'une solution particulière et des solutions du système homogène associé.

## B - Calcul matriciel

L'objectif visé est la décomposition de toute matrice rectangulaire  $A$  en un produit de la forme  $A = ER$  où  $R$  est échelonnée réduite par lignes et  $E$  est un produit de matrices élémentaires.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Ensembles de matrices

Ensemble  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$  des matrices à  $n$  lignes et  $p$  colonnes à coefficients dans  $\mathbb{K}$ .

Opérations sur les matrices : combinaison linéaire, multiplication matricielle.

Application à l'écriture matricielle d'un système linéaire.

Propriétés des opérations matricielles.

Ensemble  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ .

Puissances d'une matrice carrée.

Formule du binôme.

Matrices diagonales, triangulaires.

Si  $X$  est une matrice colonne,  $AX$  est une combinaison linéaire des colonnes de  $A$ .

La  $j$ -ème colonne de  $AB$  est le produit de  $A$  par la  $j$ -ème colonne de  $B$  et la  $i$ -ème ligne de  $AB$  est le produit de la  $i$ -ème ligne de  $A$  par  $B$ .

Il existe des matrices non nulles dont le produit est nul.

Notation  $I_n$  pour la matrice identité.

Le produit matriciel n'est pas commutatif.

Stabilité par les opérations.

#### b) Opérations élémentaires de pivot et calcul matriciel

Matrices élémentaires : matrices de transvection, de transposition et de dilatation. Inversibilité des matrices élémentaires.

Traduction matricielle de l'algorithme de Gauss-Jordan : pour toute matrice rectangulaire  $A$  à coefficients dans  $\mathbb{K}$ , il existe une matrice  $E$  produit de matrices élémentaires et une unique matrice échelonnée réduite  $R$  telles que  $A = ER$ .

Brève extension des définitions et des résultats aux opérations élémentaires sur les colonnes d'une matrice.

Interprétation des opérations élémentaires sur les lignes d'une matrice au moyen des matrices élémentaires.

Notation  $A \underset{C}{\sim} A'$ .

#### c) Matrices carrées inversibles

Matrices carrées inversibles. Inverse.

Inverse d'un produit de matrices inversibles.

Pour  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ , équivalence des propriétés suivantes :

- i.  $A$  est inversible ;
- ii.  $A \underset{L}{\sim} I_n$  ;
- iii. Le système  $AX = 0$  n'admet que la solution nulle ;
- iv. Pour tout  $B$ , le système  $AX = B$  admet une unique solution ;
- v. Pour tout  $B$ , le système  $AX = B$  admet au moins une solution.

On introduit la terminologie « groupe linéaire », et la notation  $GL_n(\mathbb{K})$ , pour désigner l'ensemble des matrices inversibles de taille  $n$ , mais tout développement sur la notion de groupe est hors programme.

Calcul de l'inverse d'une matrice carrée par résolution d'un système linéaire et par la méthode du pivot de Gauss-Jordan.

#### d) Transposition

Transposée d'une matrice.

Transposée d'une somme, d'un produit, d'un inverse.

Notations  $A^T$ ,  ${}^t A$ .

Matrices symétriques et antisymétriques.

## Entiers naturels et dénombrement

### A - Rudiments d'arithmétique dans $\mathbb{N}$

Ce sous-chapitre a pour objectif de consolider la connaissance des nombres entiers et de mettre en œuvre des algorithmes élémentaires. L'ensemble  $\mathbb{N}$  est supposé connu. Toute axiomatique de  $\mathbb{N}$  est hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Multiplés et diviseurs d'un entier. Division euclidienne dans $\mathbb{N}$ .	
PGCD de deux entiers naturels non nuls. PPCM.	$\Leftrightarrow$ I : algorithme d'Euclide.
Définition d'un nombre premier. Existence et unicité de la décomposition d'un entier supérieur ou égal à 2 en produit de facteurs premiers.	Les démonstrations de l'existence et de l'unicité sont hors programme. $\Leftrightarrow$ I : crible d'Eratosthène.

### B - Dénombrement

Ce sous-chapitre a pour but de présenter les bases du dénombrement, notamment en vue de l'étude des probabilités. Toute formalisation excessive est exclue. En particulier :

- on adopte un point de vue intuitif pour la définition d'un ensemble fini et la notion de cardinal ;
- parmi les propriétés du paragraphe a), les plus intuitives sont admises sans démonstration ;
- l'utilisation systématique de bijections dans les problèmes de dénombrement n'est pas attendu du programme.

Ce chapitre est également l'occasion d'aborder les coefficients binomiaux sous un autre angle que celui du chapitre « Calculs algébriques ».

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
<b>a) Cardinal d'un ensemble fini</b>	
Cardinal d'un ensemble fini.	Notations $ A $ , $\text{Card}(A)$ , $\#A$ .
Cardinal d'une partie d'un ensemble fini, cas d'égalité.	
Une application entre deux ensembles finis de même cardinal est bijective, si et seulement si elle est injective, si et seulement si elle est surjective.	
Opérations sur les cardinaux : union disjointe ou quelconque de deux ensembles finis, complémentaire et produit cartésien.	La formule du crible est hors programme.
Cardinal de l'ensemble des applications d'un ensemble fini dans un ensemble fini.	
Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.	
<b>b) Listes et combinaisons</b>	
Nombre de $p$ -listes (ou $p$ -uplets) d'éléments distincts d'un ensemble de cardinal $n$ . Nombre d'applications injectives d'un ensemble de cardinal $p$ dans un ensemble de cardinal $n$ .	
Nombre de permutations d'un ensemble de cardinal $n$ .	
Nombre de parties à $p$ éléments (ou $p$ -combinaisons) d'un ensemble de cardinal $n$ .	Démonstrations combinatoires des formules de Pascal et du binôme.

## Deuxième semestre

Le deuxième semestre est organisée autour de trois grands pôles (l'algèbre linéaire, l'analyse réelle et les probabilités) auxquels s'ajoutent les espaces préhilbertiens et les polynômes. À l'intérieur du semestre, le professeur a la liberté d'organiser son enseignement de la manière qui lui paraît la mieux adaptée.

### Polynômes

L'objectif de ce chapitre est double : manipuler des objets formels et interagir avec l'enseignement de l'algèbre linéaire. Le programme se limite au cas où le corps de base  $\mathbb{K}$  est  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) L'ensemble $\mathbb{K}[X]$

L'ensemble  $\mathbb{K}[X]$ .

La construction n'est pas exigible.

Opérations : somme, produit, composée.

Degré d'un élément de  $\mathbb{K}[X]$  ; coefficient dominant et terme de plus haut degré d'un polynôme non nul, polynôme unitaire.

On convient que le degré du polynôme nul est  $-\infty$ .

Ensemble  $\mathbb{K}_n[X]$  des polynômes de degré au plus  $n$ .

Degré d'une somme, d'un produit.

Fonction polynomiale associée à un polynôme.

#### b) Divisibilité et division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$

Divisibilité dans  $\mathbb{K}[X]$  ; diviseurs et multiples.

Division euclidienne d'un élément  $A$  de  $\mathbb{K}[X]$  par un élément  $B$  de  $\mathbb{K}[X] \setminus \{0\}$ .

#### c) Dérivation dans $\mathbb{K}[X]$

Dérivée formelle d'un élément de  $\mathbb{K}[X]$ .

Pour  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ , lien avec la dérivée de la fonction polynomiale.

Linéarité de la dérivation, dérivée d'un produit.

Dérivée  $k$ -ième d'un polynôme.

Formule de Taylor.

#### d) Racines

Racines (ou zéros) d'un polynôme. Caractérisation par la divisibilité.

Le nombre de racines d'un polynôme  $P$  non nul est majoré par le degré de  $P$ .

Multiplicité d'une racine. Caractérisation par les dérivées successives.

Polynôme scindé sur  $\mathbb{K}$ .

#### e) Décomposition en facteurs irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$

Théorème de d'Alembert-Gauss. Polynômes irréductibles de  $\mathbb{C}[X]$ .

La démonstration du théorème de d'Alembert-Gauss est hors programme.

Théorème de décomposition en facteurs irréductibles dans  $\mathbb{C}[X]$ .

Description des polynômes irréductibles de  $\mathbb{R}[X]$ .

Théorème de décomposition en facteurs irréductibles dans  $\mathbb{R}[X]$ .

#### f) Somme et produit des racines d'un polynôme

Expressions de la somme et du produit des racines d'un polynôme en fonction de ses coefficients.

Les autres fonctions symétriques élémentaires sont hors programme.

Cas des polynômes du second degré.

Calcul de deux nombres connaissant leur somme et leur produit.

## Espaces vectoriels et applications linéaires

Le programme se limite à l'algèbre linéaire sur les corps  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{C}$ . Après l'approche numérique du chapitre « Systèmes linéaires et calcul matriciel » on passe à une vision plus géométrique. Les trois grands thèmes traités sont les espaces vectoriels, la théorie de la dimension finie et les applications linéaires.

Dans le sous-chapitre « A - Espaces vectoriels » on généralise les objets de la géométrie du plan et de l'espace : vecteurs, bases, droites, plans,...

Le second sous-chapitre « B - Espaces vectoriels de dimension finie » vise à définir la dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie et en présente plusieurs méthodes de calcul. La notion de dimension interprète le nombre de degrés de liberté pour un problème linéaire.

L'étude des applications linéaires suit naturellement celle des espaces vectoriels au sous-chapitre « C - Applications linéaires ». Son objectif est de fournir un cadre aux problèmes linéaires.

Il convient de souligner, à l'aide de nombreuses figures, comment l'intuition géométrique permet d'interpréter en petite dimension les notions de l'algèbre linéaire, ce qui facilite leur extension à une dimension supérieure.

Au moins deux approches pédagogiques sont possibles :

- Traiter ce chapitre selon l'ordre présenté ci-dessous, en l'illustrant notamment sur les espaces  $\mathbb{K}^n$  à l'aide des techniques de pivot développées dans le chapitre « Systèmes linéaires et calcul matriciel ».
- Mettre en place les différentes notions (sous-espaces vectoriels, familles de vecteurs, dimension, applications linéaires) dans le cas particulier des espaces  $\mathbb{K}^n$  avant de les étendre aux espaces vectoriels généraux.

Il est attendu des étudiants qu'ils sachent reconnaître une situation se prêtant à une modélisation linéaire conduisant à une représentation adaptée dans un espace bien choisi.

Dans tout le chapitre, le corps  $\mathbb{K}$  est égal à  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

### A - Espaces vectoriels

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Espaces et sous-espaces vectoriels

Structure de  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.

Exemples de référence :  $\mathbb{K}^n$ ,  $\mathbb{K}[X]$ ,  $\mathbb{K}^\Omega$  (cas particulier des suites) et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Combinaisons linéaires d'un nombre fini de vecteurs.

Sous-espaces d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel, caractérisation.

Exemples : ensemble des solutions d'un système linéaire homogène ou d'une équation différentielle linéaire homogène.

Sous-espace engendré par une famille finie de vecteurs.

Intersection de sous-espaces vectoriels.

Somme de deux sous-espaces vectoriels.

Somme directe. Caractérisation par l'intersection

Sous-espaces supplémentaires.

#### b) Familles finies de vecteurs

Famille libre, famille liée.

Cas des vecteurs colinéaires, coplanaires.  
Vecteurs linéairement indépendants.

Toute famille finie de polynômes non nuls à coefficients dans  $\mathbb{K}$  et de degrés échelonnés est libre.

La famille  $(P_0, \dots, P_n)$  est dite de degrés échelonnés si  $\deg(P_0) < \dots < \deg(P_n)$ .

Famille génératrice d'un sous-espace vectoriel.

Base, coordonnées d'un vecteur dans une base.

Bases canoniques des espaces  $\mathbb{K}^n$ ,  $\mathbb{K}_n[X]$  et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Base adaptée à une somme directe.

Matrice colonne des coordonnées.

Si  $(e_1, \dots, e_k, e_{k+1}, \dots, e_n)$  est une famille libre d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$  alors  $\text{Vect}(e_1, \dots, e_k)$  et  $\text{Vect}(e_{k+1}, \dots, e_n)$  sont en somme directe.

## B - Espaces vectoriels de dimension finie

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Dimension finie

Un espace vectoriel est dit de dimension finie s'il admet une famille génératrice finie.

Théorème de la base extraite : de toute famille génératrice d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel non nul  $E$ , on peut extraire une base de  $E$ .

Tout  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$  non nul de dimension finie admet une base.

Théorème de la base incomplète : toute famille libre de  $E$  peut être complétée en une base.

Dans un espace engendré par  $n$  vecteurs, toute famille de  $n + 1$  vecteurs est liée.

Dimension.

Dimensions de  $\mathbb{K}^n, \mathbb{K}_n[X], \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Si  $E$  est dimension  $n$  et  $\mathcal{F}$  est une famille de  $n$  vecteurs de  $E$ , alors  $\mathcal{F}$  est une base de  $E$  si et seulement si  $\mathcal{F}$  est libre, si et seulement si  $\mathcal{F}$  est génératrice de  $E$ .

Rang d'une famille finie de vecteurs d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel de dimension quelconque.

Caractérisation des familles finies libres par le rang.

Les vecteurs ajoutés peuvent être choisis parmi les vecteurs d'une famille génératrice donnée.

Droites et plans vectoriels.

#### b) Sous-espaces d'un espace vectoriel de dimension finie

Dimension d'un sous-espace d'un espace de dimension finie. Cas d'égalité.

Supplémentaires d'un sous-espace : existence, dimension commune, caractérisation par l'intersection et les dimensions.

Dimension de la somme de deux sous-espaces (formule de Grassmann).

## C - Applications linéaires

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Généralités

Applications linéaires, endomorphismes.

Opérations et règles de calcul sur les applications linéaires : combinaison linéaire, composée.

Image directe d'un sous-espace vectoriel.

Image et noyau.

Caractérisation de l'injectivité d'une application linéaire à l'aide de son noyau.

#### b) Isomorphismes

Isomorphismes, automorphismes.

Réciproque d'un isomorphisme, composée d'isomorphismes.

Caractérisation des isomorphismes par les bases.

Espaces isomorphes, caractérisation par la dimension.

Le groupe linéaire  $GL(E)$ .

Application à la dimension de l'espace des suites récurrentes linéaires d'ordre deux, détermination d'une base.

Si  $E$  et  $F$  ont même dimension finie alors une application linéaire de  $E$  dans  $F$  est bijective si et seulement si elle est injective, si et seulement si elle est surjective.

Cas particulier des endomorphismes.

### c) Modes de définition d'une application linéaire

Une application linéaire est entièrement déterminée par l'image d'une base.

Une application linéaire définie sur  $E = E_1 \oplus E_2$  est entièrement déterminée par ses restrictions à  $E_1$  et  $E_2$ .

### d) Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel

Identité et homothéties.

Notation  $\text{Id}_E$ .

Projecteurs et symétries associés à deux sous-espaces supplémentaires.

Caractérisations :  $p \circ p = p$ ,  $s \circ s = \text{id}_E$ .

### e) Rang d'une application linéaire

Applications linéaires de rang fini.

$\text{rg}(v \circ u) \leq \min\{\text{rg}(u), \text{rg}(v)\}$

Invariance du rang par composition à droite ou à gauche par un isomorphisme.

Théorème du rang : si  $E$  est de dimension finie et si  $u \in \mathcal{L}(E, F)$  alors  $u$  est de rang fini et

$$\dim(E) = \dim(\text{Ker}(u)) + \text{rg}(u).$$

### f) Équations linéaires

Structure de l'ensemble des solutions d'une équation linéaire.

Exemples des systèmes linéaires et des équations différentielles linéaires d'ordre un et deux.

La notion de sous-espace affine est hors programme.

## Matrices et déterminants

Cette dernière partie du programme d'algèbre linéaire fait le lien entre la représentation géométrique (espaces vectoriels et applications linéaires) et la représentation numérique (matrices) dans le cadre de la dimension finie. Bien que naturellement liées à l'algorithme de Gauss-Jordan et aux changements de bases, les notions d'équivalence et de similitude matricielles ne sont pas au programme. D'une manière générale, les problématiques de classification géométrique des endomorphismes sont hors programme.

Dans un premier sous-chapitre intitulé « A - Matrices », on expose la représentation matricielle des applications linéaires en dimension finie au moyen de bases. Il en résulte une correspondance entre les registres géométriques et numériques. L'aspect numérique de la théorie présente l'avantage de fournir une résolution algorithmique à des problèmes linéaires ayant un nombre fini de degrés de liberté issus de la géométrie ou de l'analyse.

Le second sous-chapitre intitulé « B - Déterminants » développe une théorie du déterminant des matrices carrées, puis des endomorphismes d'un espace de dimension finie. Il met en évidence ses aspects algébrique (caractérisation des matrices inversibles) et géométrique (volume orienté).

Il est attendu des étudiants qu'ils maîtrisent les deux registres (géométrique et numérique), qu'ils sachent représenter numériquement un problème géométrique à l'aide de bases adaptées et interpréter géométriquement un problème numérique.

Le corps  $\mathbb{K}$  est égal à  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

### A - Matrices

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Matrices et applications linéaires

Matrice d'une application linéaire dans un couple de bases.

Isomorphisme entre  $\mathcal{L}(E, F)$  et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Calcul des coordonnées de l'image d'un vecteur par une application linéaire.

Application au calcul de la dimension de  $\mathcal{L}(E, F)$ .

Matrice d'une combinaison linéaire, d'une composée.

Lien entre matrices inversibles et isomorphismes.

Matrice de passage d'une base à une autre.

Effet d'un changement de base sur la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, d'un endomorphisme.

#### b) Noyau, image et rang d'une matrice

Application linéaire canoniquement associée à une matrice.

Image et noyau d'une matrice de  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Rang d'une matrice  $A$ .

Interprétation en termes de systèmes linéaires.

Le rang d'une matrice est défini comme le rang du système de ses vecteurs colonnes ou de l'application linéaire canoniquement associée à  $A$ .

Théorème du rang.

Caractérisations des matrices inversibles en termes de noyau, d'image, de rang.

Conservation du rang par multiplication par une matrice inversible.

Rang de la transposée.

Deux matrices équivalentes par lignes ou par colonnes ont le même rang.

Le rang d'une matrice est égal au rang de ses lignes, le rang d'un système linéaire homogène est égal au rang de sa matrice.

## B - Déterminants

On motive les propriétés définissant un déterminant par celles de l'aire et du volume algébriques. La théorie au programme évite le recours au groupe symétrique et limite l'intervention des formes multilinéaires. On commence par définir le déterminant d'une matrice carrée. La notion de matrice réduite échelonnée par colonnes et la décomposition résultant de l'algorithme de Gauss-Jordan appliqué aux colonnes d'une matrice carrée suffisent à démontrer les propriétés du déterminant sur  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . On définit ensuite le déterminant d'un endomorphisme. Tout excès de technicité est exclu. Dans ce sous-chapitre,  $n$  est supérieur ou égal à deux.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Déterminant d'une matrice carrée de taille $n$

Il existe une unique application  $f : \mathcal{M}_n(\mathbb{K}) \rightarrow \mathbb{K}$  vérifiant les trois propriétés suivantes :

- i.  $f$  est linéaire par rapport à chacune des colonnes de sa variable ;
- ii.  $f$  est antisymétrique par rapport aux colonnes de sa variable ;
- iii.  $f(I_n) = 1$ .

La démonstration de ce théorème pour  $n \geq 4$  et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme.

On motivera géométriquement cette définition pour  $n \in \{2, 3\}$  par les notions d'aire et de volume algébriques. On notera  $\det(A)$  le nombre  $f(A)$  pour toute matrice  $A$  de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ .

#### b) Propriétés du déterminant

Le déterminant d'une matrice ayant deux colonnes égales est nul.

$\det(\lambda A) = \lambda^n \det(A)$  pour tout  $(\lambda, A) \in \mathbb{K} \times \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ .

Effet des opérations de pivot en colonnes sur un déterminant.

Applications : calcul du déterminant d'une matrice triangulaire

Une matrice carrée  $A$  est inversible si et seulement si  $\det(A) \neq 0$ .

Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base. Caractérisation des bases.

Déterminant d'un produit de matrices carrées, déterminant de l'inverse.

Déterminant de la transposée d'une matrice carrée.

Développement par rapport à une colonne ou une ligne du déterminant d'une matrice.

Les étudiants doivent savoir calculer un déterminant par opérations élémentaires sur les colonnes.

La formule de changement de bases est hors programme.

Le déterminant vérifie les mêmes propriétés vis-à-vis des lignes que des colonnes.

Démonstration non exigible.

La comatrice est hors programme.

#### c) Déterminant d'un endomorphisme

Traduction sur les déterminants d'endomorphismes des propriétés vues sur les déterminants de matrices.

## Intégration

L'objectif majeur de ce chapitre est de définir l'intégrale d'une fonction continue sur un segment à valeurs réelles ou complexes et d'en établir les propriétés élémentaires, notamment le lien entre intégration et primitivation. Il permet ainsi d'achever la justification des propriétés présentées au premier semestre.

Ce chapitre permet également de consolider la pratique des techniques usuelles de calcul intégral.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

### a) Fonctions en escalier

Subdivision d'un segment.

Fonctions en escalier définies sur un segment à valeurs réelles.

### b) Intégrale d'une fonction continue sur un segment

Intégrale d'une fonction  $f$  continue sur un segment  $[a, b]$  de  $\mathbb{R}$  et à valeurs dans  $\mathbb{R}$ .

Aucune construction n'est imposée.

Les fonctions continues par morceaux sont hors programme.

Il convient d'interpréter graphiquement l'intégrale d'une fonction continue à valeurs dans  $\mathbb{R}^+$  en terme d'aire mais tout développement théorique sur ce sujet est hors programme.

$\Leftrightarrow$  PC et SI : valeur moyenne.

Notations  $\int_{[a,b]} f$ ,  $\int_a^b f(t) dt$ ,  $\int_a^b f$ .

Linéarité, positivité et croissance de l'intégrale.

Les étudiants doivent savoir majorer et minorer des intégrales.

Inégalité :  $\left| \int_{[a,b]} f \right| \leq \int_{[a,b]} |f|$ .

Relation de Chasles.

Extension de la notation  $\int_a^b f(t) dt$  au cas où  $b \leq a$ . Propriétés correspondantes.

L'intégrale sur un segment d'une fonction continue de signe constant est nulle si et seulement si la fonction est nulle.

### c) Sommes de Riemann

Si  $f$  est une fonction continue sur le segment  $[a, b]$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$ , alors

Interprétation géométrique des sommes de Riemann.

Démonstration dans le cas où  $f$  est de classe  $\mathcal{C}^1$ .

$\Leftrightarrow$  I : méthodes des rectangles, des trapèzes.

$$\frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \int_a^b f(t) dt.$$

### d) Calcul intégral

Si  $f$  est une fonction continue sur l'intervalle  $I$  et si  $x_0$  est un point de  $I$ , alors  $x \mapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$  est l'unique primitive de  $f$  sur  $I$  s'annulant en  $x_0$ .

Toute fonction continue sur  $I$  admet des primitives sur  $I$ .

Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive.

Pour  $f$  de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $[a, b]$  :

$$\int_a^b f'(t) dt = f(b) - f(a).$$

Intégration par parties. Changement de variable.

Application au calcul de primitives. Tout excès de technicité est exclu. Les méthodes d'intégration des fractions rationnelles en cosinus ou sinus, celles des racines de fonctions homographiques ou de polynômes du second degré sont hors programme.

### e) Formule de Taylor avec reste intégral

Pour une fonction  $f$  de classe  $\mathcal{C}^{n+1}$ , formule de Taylor avec reste intégral au point  $a$  à l'ordre  $n$ .

### f) Brève extension au cas des fonctions à valeurs complexes

Intégrale d'une fonction continue sur un segment, linéarité, majoration du module de l'intégrale, intégration par parties et changement de variable, formule de Taylor avec reste intégral.

Définition au moyen des parties réelle et imaginaire.

## Séries numériques

*L'étude des séries prolonge celle des suites. Elle permet de mettre en œuvre l'analyse asymptotique et de mieux appréhender la notion de nombre réel à travers celle de développement décimal. L'objectif majeur est la maîtrise de la convergence absolue; tout excès de technicité est exclu.*

### a) Généralités

Série à termes réels ou complexes; sommes partielles; convergence ou divergence; en cas de convergence, somme et restes.

Linéarité de la somme.

Le terme général d'une série convergente tend vers 0.

Séries géométriques: sommes partielles, condition nécessaire et suffisante de convergence, somme en cas de convergence.

Une suite  $(u_n)$  converge si et seulement si la série  $\sum (u_{n+1} - u_n)$  converge.

La série est notée  $\sum u_n$ . En cas de convergence, sa somme est notée  $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$ .

Divergence grossière.

### b) Séries à termes positifs

Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée.

Pour  $f$  continue et monotone, encadrement des sommes partielles de la série  $\sum f(n)$  à l'aide de la méthode des rectangles.

Séries de Riemann.

Si  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont positives et si, pour tout  $n$ ,  $u_n \leq v_n$ , alors la convergence de  $\sum v_n$  implique celle de  $\sum u_n$ , et

$$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n \leq \sum_{n=0}^{+\infty} v_n$$

Si  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont positives et si  $u_n \sim v_n$ , alors la convergence de  $\sum v_n$  est équivalente à celle de  $\sum u_n$ .

Sur des exemples simples, application à l'étude asymptotique de sommes partielles.

Adaptation au cas où l'inégalité  $u_n \leq v_n$  n'est vérifiée qu'à partir d'un certain rang.

Comparaison à une série géométrique, à une série de Riemann.

**c) Séries absolument convergentes**

Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes.

La convergence absolue implique la convergence.

Le critère de Cauchy et la notion de semi-convergence sont hors programme.

Inégalité triangulaire pour la somme d'une série absolument convergente.

Si  $(u_n)$  est une suite complexe, si  $(v_n)$  est une suite d'éléments de  $\mathbb{R}^+$ , si  $u_n = O(v_n)$  et si  $\sum v_n$  converge, alors  $\sum u_n$  est absolument convergente donc convergente.

**d) Application au développement décimal d'un nombre réel**

Existence et unicité du développement décimal propre d'un élément de  $[0, 1[$ .

La démonstration de ce résultat n'est pas exigible. On indique la caractérisation des nombres rationnels par la périodicité de leur développement décimal à partir d'un certain rang.

**Produit scalaire et espaces euclidiens**

*La généralisation de certains objets géométriques entreprise dans les chapitres d'algèbre linéaire se poursuit par une extension à des espaces vectoriels réels des notions de produit scalaire et de norme connues des étudiants dans le cadre du plan et de l'espace.*

*L'objectif majeur est le théorème de projection orthogonale et l'existence de la meilleure approximation quadratique. On s'appuie sur des exemples de géométrie du plan et de l'espace pour illustrer les différentes notions.*

**a) Produit scalaire**

Espaces préhilbertiens, espaces euclidiens.

Notations  $\langle x, y \rangle$ ,  $(x|y)$ ,  $x \cdot y$ .

Exemples de référence : produit scalaire euclidien canonique sur  $\mathbb{R}^n$ , produits scalaires définis par une intégrale sur  $\mathcal{C}^0([a, b], \mathbb{R})$ .

$\Leftrightarrow$  PC et SI : produit scalaire canonique sur  $\mathbb{R}^3$ .

**b) Norme associée à un produit scalaire**

Norme associée à un produit scalaire.

Inégalité de Cauchy-Schwarz et cas d'égalité.

Les étudiants doivent savoir développer  $\|u \pm v\|^2$ .

Cas particuliers : produit scalaire canonique sur  $\mathbb{R}^n$ , produit scalaire  $(f|g) = \int_{[a,b]} fg$  sur  $\mathcal{C}^0([a, b], \mathbb{R})$ .

Séparation, homogénéité, inégalité triangulaire (cas d'égalité).

**c) Orthogonalité**

Vecteurs orthogonaux, orthogonal d'un sous-espace vectoriel.

Familles orthogonales, orthonormées (ou orthonormales).

Liberté d'une famille orthogonale de vecteurs non nuls.

Théorème de Pythagore.

Algorithme d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.

**d) Bases orthonormées d'un espace euclidien**

Existence de bases orthonormées.

Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée.  $\Leftrightarrow$  PC et SI.

Expressions du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormée.

**e) Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie**

Projeté orthogonal d'un vecteur  $x$  sur un sous-espace  $V$  de dimension finie. Projecteur orthogonal  $P_V$ .

Les étudiants doivent savoir déterminer  $P_V(x)$  en calculant son expression dans une base orthonormée de  $V$  ou en résolvant un système linéaire traduisant l'orthogonalité de  $x - P_V(x)$  aux vecteurs d'une famille génératrice de  $V$ .

Inégalité de Bessel : pour tout  $x \in E$ ,  $\|p_V(x)\| \leq \|x\|$ .

$P_V(x)$  est l'unique vecteur  $y_0$  de  $V$  tel que

La distance de  $x$  à  $V$ , notée  $d(x, V)$ , est égale à ce minimum.

$$\|x - y_0\| = \min_{y \in V} \|x - y\|$$

Supplémentaire orthogonal d'un sous-espace  $V$  de dimension finie. En dimension finie, dimension de  $V^\perp$ .

**Probabilités**

*Le chapitre « Probabilités » limité aux univers finis, a pour objectif de consolider les notions étudiées au lycée, en particulier celle de variable aléatoire, en les inscrivant dans un cadre formel.*

*Il se prête à des activités de modélisation de situations issues de la vie courante ou d'autres disciplines.*

**A - Généralités**

*Les définitions sont motivées par la notion d'expérience aléatoire. La modélisation de situations aléatoires simples fait partie des capacités attendues des étudiants. On se limite au cas où les événements sont les parties de  $\Omega$ .*

**a) Expérience aléatoire et univers**

L'ensemble des issues (ou résultats possibles ou réalisations) d'une expérience aléatoire est appelé univers.

On se limite au cas où cet univers est fini.

Événement, événement élémentaire (singleton), événement contraire, événement «  $A$  et  $B$  », événement «  $A$  ou  $B$  », événement impossible, événements incompatibles, système complet d'événements.

**b) Espaces probabilisés finis**

Une probabilité sur un univers fini  $\Omega$  est une application  $P$  de  $\mathcal{P}(\Omega)$  dans  $[0, 1]$  vérifiant  $P(\Omega) = 1$  et, pour toutes parties disjointes  $A$  et  $B$  de  $\Omega$ ,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

Un espace probabilisé fini est un couple  $(\Omega, P)$  où  $\Omega$  est un univers fini et  $P$  une probabilité sur  $\Omega$ .

Détermination d'une probabilité par les images des singletons.

Équiprobabilité (ou probabilité uniforme).

Propriétés d'une probabilité : probabilité de la réunion de deux événements, probabilité de l'événement contraire, croissance.

**c) Probabilités conditionnelles**

Pour deux événements  $A$  et  $B$  tels que  $P(B) > 0$ , probabilité conditionnelle de  $A$  sachant  $B$ .

L'application  $P_B$  définit une probabilité sur  $\Omega$ .

Formule des probabilités composées.

Formule des probabilités totales.

Formules de Bayes :

– si  $A$  et  $B$  sont deux événements tels que  $P(A) > 0$  et  $P(B) > 0$ , alors

$$P(A | B) = \frac{P(B | A) P(A)}{P(B)}$$

– si  $(A_i)_{1 \leq i \leq n}$  est un système complet d'événements de probabilités non nulles et si  $B$  est un événement de probabilité non nulle, alors

$$P(A_j | B) = \frac{P(B | A_j) P(A_j)}{\sum_{i=1}^n P(B | A_i) P(A_i)}$$

Notations  $P_B(A)$ ,  $P(A | B)$ .

La définition de  $P_B(A)$  est justifiée par une approche heuristique fréquentiste.

On donnera plusieurs applications issues de la vie courante.

**d) Événements indépendants**

Couple d'événements indépendants.

Famille finie d'événements mutuellement indépendants.

Si  $P(B) > 0$ , l'indépendance de  $A$  et  $B$  équivaut à  $P(A | B) = P(A)$ .

L'indépendance des  $A_i$  deux à deux n'entraîne pas leur indépendance mutuelle si  $n \geq 3$ .

**B - Variables aléatoires sur un univers fini**

*L'utilisation des variables aléatoires pour modéliser des situations simples dépendant du hasard fait partie des capacités attendues des étudiants.*

**a) Variables aléatoires**

Une variable aléatoire est une application définie sur l'univers  $\Omega$  à valeurs dans un ensemble  $E$ . Lorsque  $E \subset \mathbb{R}$ , la variable aléatoire est dite réelle.

Loi  $P_X$  de la variable aléatoire  $X$ .

Image d'une variable aléatoire par une fonction, loi associée.

Si  $X$  est une variable aléatoire et si  $A$  est une partie de  $E$ , notation  $\{X \in A\}$  ou  $(X \in A)$  pour l'événement  $X^{-1}(A)$ .

Notations  $P(X \in A)$ ,  $P(X = x)$ ,  $P(X \leq x)$ .

L'application  $P_X$  est définie par la donnée des  $P(X = x)$  pour  $x$  dans  $X(\Omega)$ .

**b) Lois usuelles**

Loi uniforme.

Loi de Bernoulli de paramètre  $p$  dans  $[0, 1]$ .

La reconnaissance de situations modélisées par les lois classiques de ce paragraphe est une capacité attendue des étudiants.

Notation  $\mathcal{B}(p)$ .

Interprétation : succès d'une expérience.

Lien entre variable aléatoire de Bernoulli et indicatrice d'un événement.

Loi binomiale de paramètres  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $p \in [0, 1]$ .

Notation  $\mathcal{B}(n, p)$ .

Interprétation : nombre de succès lors de la répétition de  $n$  expériences de Bernoulli indépendantes, ou tirages avec remise dans un modèle d'urnes.

### c) Couples de variables aléatoires

Couples de variables aléatoires.

Loi conjointe, lois marginales d'un couple de variables aléatoires.

La loi conjointe de  $X$  et  $Y$  est la loi de  $(X, Y)$ , les lois marginales de  $(X, Y)$  sont les lois de  $X$  et de  $Y$ .

Les lois marginales ne déterminent pas la loi conjointe.

Loi conditionnelle de  $Y$  sachant  $(X = x)$ .

### d) Variables aléatoires indépendantes

Couples de variables aléatoires indépendantes.

Si  $X$  et  $Y$  sont indépendantes, alors, pour toute partie  $A$  de  $X(\Omega)$  et toute partie  $B$  de  $Y(\Omega)$ , on a :

$$P((X, Y) \in A \times B) = P(X \in A) P(Y \in B).$$

Variables aléatoires mutuellement indépendantes.

Modélisation de  $n$  expériences aléatoires indépendantes par une suite finie  $(X_i)_{1 \leq i \leq n}$  de variables aléatoires indépendantes.

Démonstration non exigible

Si  $X_1, \dots, X_n$  sont des variables aléatoires mutuellement indépendantes, alors quel que soit  $(A_1, \dots, A_n) \in \prod_{i=1}^n \mathcal{P}(X_i(\Omega))$ , les événements  $(X_i \in A_i)$  sont mutuellement indépendants.

Si  $X_1, \dots, X_n$  sont mutuellement indépendantes et suivent chacune la loi  $\mathcal{B}(p)$ , alors  $X_1 + \dots + X_n$  suit la loi  $\mathcal{B}(n, p)$ .

Si  $X$  et  $Y$  sont deux variables aléatoires indépendantes, et si  $f$  et  $g$  sont des applications définies respectivement sur  $X(\Omega)$  et  $Y(\Omega)$  alors les variables aléatoires  $f(X)$  et  $g(Y)$  sont indépendantes.

La démonstration de ce résultat n'est pas exigible.

### e) Espérance

Espérance d'une variable aléatoire  $X$ .

Interprétation en terme de moyenne pondérée.

$$\text{Relation : } E(X) = \sum_{\omega \in \Omega} P(\{\omega\}) X(\omega).$$

Espérance d'une variable aléatoire réelle constante, de l'indicatrice d'une partie de  $\Omega$ , d'une variable aléatoire suivant l'une des lois uniforme, de Bernoulli, binomiale. Propriétés de l'espérance : linéarité, croissance.

Application au calcul de l'espérance d'une variable aléatoire suivant la loi  $\mathcal{B}(n, p)$ .

L'espérance de  $f(X)$  est déterminée par la loi de  $X$ .

$$\text{Théorème du transfert : } E(f(X)) = \sum_{x \in X(\Omega)} P(X = x) f(x).$$

Si  $X$  et  $Y$  sont deux variables aléatoires indépendantes alors  $E(XY) = E(X)E(Y)$ .

La réciproque est fautive en général.

### e) Variance et écart type

Variance, écart type.

Interprétation comme indicateurs de dispersion.

$$\text{Relation } V(X) = E(X^2) - E(X)^2.$$

$$\text{Relation } V(aX + b) = a^2 V(X).$$

Variance d'une variable aléatoire suivant l'une des lois  $\mathcal{B}(p)$ ,  $\mathcal{B}(n, p)$ .

Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.



# Annexe 2a

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Physique, chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI)**

Discipline : **Physique**

**Première année**

# Programme de physique de la voie PCSI

Le programme de physique de la classe de PCSI s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.

A travers l'enseignement de la physique, il s'agit de renforcer chez l'étudiant les compétences inhérentes à la pratique de la démarche scientifique et de ses grandes étapes : observer et mesurer, comprendre et modéliser, agir pour créer, pour produire, pour appliquer cette science aux réalisations humaines. Ces compétences ne sauraient être opérationnelles sans connaissances, ni savoir-faire ou capacités. C'est pourquoi ce programme définit un socle de connaissances et de capacités, conçu pour être accessible à tous les étudiants, en organisant de façon progressive leur introduction au cours de la première année. L'acquisition de ce socle par les étudiants constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Parce que la physique est avant tout une science expérimentale, parce que l'expérience intervient dans chacune des étapes de la démarche scientifique, parce qu'une démarche scientifique rigoureuse développe l'observation, l'investigation, la créativité et l'analyse critique, l'expérience est mise au cœur de l'enseignement de la discipline, en cours et lors des séances de travaux pratiques. Les activités expérimentales répondent à la nécessité de se confronter au réel, nécessité que l'ingénieur, le chercheur, le scientifique auront inévitablement à prendre en compte dans l'exercice de leur activité, notamment dans le domaine de la mesure.

Pour acquérir sa validité, l'expérience nécessite le support d'un modèle. La notion même de modèle est centrale pour la discipline. Par conséquent modéliser est une compétence essentielle développée en PCSI. Pour apprendre à l'étudiant à modéliser de façon autonome, il convient de lui faire découvrir les différentes facettes de la physique, qui toutes peuvent le guider dans la compréhension des phénomènes. Ainsi le professeur doit rechercher un point d'équilibre entre des approches complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

La construction d'un modèle passe par l'utilisation nécessaire des mathématiques, symboles et méthodes, dont le fondateur de la physique expérimentale, Galilée, énonçait déjà qu'elles sont le langage dans lequel est écrit le monde. Si les mathématiques sont un outil puissant de modélisation, que l'étudiant doit maîtriser, elles sont parfois plus contraignantes lorsqu'il s'agit d'en extraire une solution. L'évolution des techniques permet désormais d'utiliser aussi l'approche numérique afin de faire porter prioritairement l'attention des étudiants sur l'interprétation et la discussion des résultats plutôt que sur une technique d'obtention. Cette approche permet en outre une modélisation plus fine du monde réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est aussi l'occasion pour l'étudiant d'exploiter les compétences acquises en informatique. C'est enfin l'opportunité de mener avec le professeur de mathématiques d'éventuelles démarches collaboratives.

Enfin l'autonomie de l'étudiant et la prise d'initiative sont développées à travers la pratique d'activités du type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à un questionnement ou atteindre un but.

Le programme est organisé en trois parties :

1. dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer à travers certaines de ces composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problèmes. Ces compétences et les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au

long de la première année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Elles continueront à l'être en deuxième année. Leur acquisition doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.

2. dans la deuxième partie, intitulée « **formation expérimentale** », sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues.

3. dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux **contenus disciplinaires**. Elles sont organisées en deux colonnes : à la première colonne « notions et contenus » correspond une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise. Elle est organisée sur deux semestres. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.

La progression dans les contenus disciplinaires est organisée en deux semestres. Pour faciliter la progressivité des acquisitions, au premier semestre les grandeurs physiques introduites sont essentiellement des grandeurs scalaires dépendant du temps et éventuellement d'une variable d'espace ; et on utilise les grandeurs physiques vectorielles au deuxième semestre.

Certains items de cette troisième partie, **identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une **approche numérique** ou d'une **approche documentaire**.

Deux appendices sont consacrés aux types de matériel et aux outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique en fin de l'année de PCSI.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. Comme le rappellent les programmes du lycée, la liberté pédagogique de l'enseignant est le pendant de la liberté scientifique du chercheur.

Dans le cadre de cette liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées. L'enseignant peut ainsi avoir intérêt à mettre son enseignement « en culture » si cela rend sa démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.
- il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique doit être articulée avec celles mise en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique, chimie, sciences industrielles.

# Démarche scientifique

## 1. Démarche expérimentale

La physique est une science à la fois théorique et expérimentale. Ces deux composantes de la démarche scientifique s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de son enseignement. Ce programme fait donc une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'importance du volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure et des incertitudes et de savoir-faire techniques. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- Le second concerne l'identification, dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques durant lesquelles l'autonomie et l'initiative de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, répondent donc à des objectifs différents :

- les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique (impédance, facteur de qualité, lois de modulation pour ne citer que quelques exemples).
- les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, associée à une problématique clairement identifiée, et si possible transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et des incertitudes, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la quantification des grandeurs physiques les plus souvent mesurées. Ces activités expérimentales visent à développer l'autonomie et l'initiative, qualités indispensables à l'exercice du métier d'ingénieur ou de chercheur.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Cette liste est délibérément placée en appendice du programme. L'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des savoir-faire techniques associés est ainsi explicitement exclue.

### Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE) mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.)

Compétence	Exemples de capacités associées
<b>S'approprier</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale</li> <li>- énoncer une problématique d'approche expérimentale</li> <li>- définir des objectifs correspondants</li> </ul>
<b>Analyser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- formuler et échanger des hypothèses</li> <li>- proposer une stratégie pour répondre à la problématique</li> <li>- proposer un modèle associé</li> <li>- choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental</li> <li>- évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations</li> </ul>
<b>Réaliser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- mettre en œuvre un protocole</li> <li>- utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel», avec aide pour tout autre matériel</li> <li>- mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates</li> <li>- effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales</li> </ul>
<b>Valider</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes</li> <li>- confronter un modèle à des résultats expérimentaux</li> <li>- confirmer ou infirmer une hypothèse, une information</li> <li>- analyser les résultats de manière critique</li> <li>- proposer des améliorations de la démarche ou du modèle</li> </ul>
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- à l'écrit comme à l'oral :               <ul style="list-style-type: none"> <li>o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible</li> <li>o utiliser un vocabulaire scientifique adapté</li> <li>o s'appuyer sur des schémas, des graphes</li> </ul> </li> <li>- faire preuve d'écoute, confronter son point de vue</li> </ul>
<b>Être autonome, faire preuve d'initiative</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- travailler seul ou en équipe</li> <li>- solliciter une aide de manière pertinente</li> <li>- s'impliquer, prendre des décisions, anticiper</li> </ul>

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** » est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

## 2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problème. La résolution de problème mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

<b>Compétence</b>	<b>Exemples de capacités associées</b>
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ....
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. .....
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle ...
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, ...) Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue.
Communiquer.	Présenter la solution, ou la rédiger, en expliquant le raisonnement et les résultats.

### 3. Approches documentaires

Dans un monde où le volume d'informations disponibles rend en pratique difficile l'accès raisonné à la connaissance, il importe de continuer le travail commencé au collège et au lycée sur la recherche, l'extraction et l'organisation de l'information. L'objectif reste de permettre l'accès à la connaissance en toute autonomie, avec la prise de conscience de l'existence d'un continuum de niveaux de compétence sur un domaine donné, de la méconnaissance (et donc la découverte) à la maîtrise totale.

Le programme de physique-chimie prévoit qu'un certain nombre de rubriques, identifiées dans la colonne capacités exigibles relèvent d'une « **approche documentaire** ». L'objectif est double ; il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver différemment en utilisant des documents au support varié (texte, vidéo, photo...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (grandes idées, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs) dans les domaines de la physique et de la chimie du XX<sup>ème</sup> et XXI<sup>ème</sup> siècle et de leurs applications.

Ces approches documentaires sont aussi l'occasion d'apporter des éléments de compréhension de la construction du "savoir scientifique" (histoire des sciences, débats d'idées, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux...). Elles doivent permettre de développer des compétences d'analyse et de synthèse. Sans que cette liste de pratiques soit exhaustive on pourra, par exemple, travailler sur un document extrait directement d'un article de revue scientifique, sur une vidéo, une photo ou sur un document produit par le professeur ; il est également envisageable de demander aux élèves de chercher eux-mêmes des informations sur un thème donné ; ce travail pourra se faire sous forme d'analyse de documents dont les résultats seront présentés aussi bien à l'écrit qu'à l'oral. Quelle que soit la façon d'aborder ces approches documentaires, le rôle du professeur est de travailler à un niveau adapté à sa classe et d'assurer une synthèse de ce qu'il convient de retenir. Elles doivent être en cohérence avec le socle du programme. Elles peuvent être l'occasion d'acquérir de nouvelles connaissances ou d'approcher de nouveaux modèles mais il faut proscrire toute dérive en particulier calculatoire.

## Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la pratique de la formation expérimentale lors des séances de travaux pratiques, vient compléter la liste des thèmes d'étude – en gras dans la partie « contenus disciplinaires » – à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie.

D'une part, elle précise les connaissances et savoir-faire qui doivent être acquis dans le domaine de la **mesure** et de l'évaluation des **incertitudes**, dans la continuité de la nouvelle épreuve d'Évaluation des Compétences Expérimentales (ECE) de Terminale S, avec cependant un niveau d'exigence plus élevé qui correspond à celui des deux premières années d'enseignement supérieur.

D'autre part, elle présente de façon détaillée l'ensemble des **capacités expérimentales** qui doivent être acquises et pratiquées en autonomie par les étudiants à l'issue de leur première année de CPGE.

Une liste de matériel, que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice succincte figure dans un appendice du présent programme.

### 1. Mesures et incertitudes

L'importance de la composante expérimentale de la formation des étudiants des CPGE scientifiques est réaffirmée. Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les élèves doivent posséder de solides connaissances et savoir-faire dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont au moment de l'analyse du protocole, du choix des instruments de mesure..., qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus.

Les notions explicitées ci-dessous sur le thème « mesures et incertitudes » s'inscrivent dans la continuité de celles abordées dans les programmes du cycle terminal des filières S, STI2D et STL du lycée. Les objectifs sont identiques, certains aspects sont approfondis : utilisation du vocabulaire de base de la métrologie, connaissance de la loi des incertitudes composées, ... ; une première approche sur la validation d'une loi physique est proposée. Les capacités identifiées sont abordées dès la première année et doivent être maîtrisées à l'issue des deux années de formation. Les activités expérimentales permettent de les introduire et de les acquérir de manière progressive et authentique. Elles doivent régulièrement faire l'objet d'un apprentissage intégré et d'une évaluation.

Les élèves doivent avoir conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, en connaître les origines, et comprendre et s'approprier ainsi les objectifs visés par l'évaluation des incertitudes. Les compétences acquises pourront être réinvesties dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur.	<p>Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique.</p> <p>Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.</p>
<p>Notion d'incertitude, incertitude-type.</p> <p>Évaluation d'une incertitude-type.</p> <p>Incertitude-type composée.</p> <p>Incertitude élargie.</p>	<p>Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.</p> <p>Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité).</p> <p>Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur (résistance, multimètre, oscilloscope, thermomètre, verrerie...).</p> <p>Évaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes dans les cas simples d'une expression de la valeur mesurée sous la forme d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient ou bien à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel.</p> <p>Comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreurs.</p> <p>Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.</p>
<p>Présentation d'un résultat expérimental.</p> <p>Acceptabilité du résultat et analyse du mesurage (ou processus de mesure).</p>	<p>Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance.</p> <p>Commenter qualitativement le résultat d'une mesure en le comparant, par exemple, à une valeur de référence.</p>

	Analyser les sources d'erreurs et proposer des améliorations du processus de mesure.
Vérification d'une loi physique ou validation d'un modèle ; ajustement de données expérimentales à l'aide d'une fonction de référence modélisant le phénomène.	Utiliser un logiciel de régression linéaire.  Expliquer en quoi le coefficient de corrélation n'est pas un outil adapté pour juger de la validité d'un modèle linéaire.  Juger qualitativement si des données expérimentales avec incertitudes sont en accord avec un modèle linéaire.  Extraire à l'aide d'un logiciel les incertitudes sur la pente et sur l'ordonnée à l'origine dans le cas de données en accord avec un modèle linéaire.

## 2. Mesures et capacités expérimentales

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les élèves doivent acquérir au cours de l'année durant les séances de travaux pratiques. Comme précisé dans le préambule consacré à la formation expérimentale, une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes - repérés en gras dans le corps du programme de formation disciplinaire - peuvent servir à définir.

Les capacités rassemblées ici ne constituent donc en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel : par exemple, toutes les capacités mises en œuvre autour de l'oscilloscope ne sauraient être l'objectif d'une séance unique, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Les différentes capacités à acquérir sont, pour plus de clarté, regroupées par domaine, les deux premiers étant davantage transversaux. Cela ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul domaine. La capacité à former une image de bonne qualité, par exemple, peut être mobilisée au cours d'une expérience de mécanique ou de thermodynamique, cette transversalité de la formation devant être un moyen, entre d'autres, de favoriser l'autonomie et la prise d'initiative décrites plus haut dans la partie « Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales ».

Le matériel nécessaire à l'acquisition de l'ensemble des compétences ci-dessous figure dans l'**Appendice 1** du programme.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
<b>1. Mesures de longueurs et d'angles</b>	
Longueurs : sur un banc d'optique.	Mettre en œuvre une mesure de longueur par déplacement du viseur entre deux positions.
Longueurs : à partir d'une photo ou d'une vidéo.	Pouvoir évaluer avec une précision donnée, par comparaison à un étalon, une longueur (ou les coordonnées d'une position) sur une image numérique.
Angles : avec un goniomètre.	Utiliser un viseur à frontale fixe, une lunette auto-collimatrice.
	Utiliser des vis micrométriques et un réticule pour

<p>Longueurs d'onde.</p>	<p>tirer parti de la précision affichée de l'appareil utilisé.</p> <p>Étudier un spectre à l'aide d'un spectromètre à fibre optique.</p> <p>Mesurer une longueur d'onde optique à l'aide d'un goniomètre à réseau.</p> <p>Mesurer une longueur d'onde acoustique à l'aide d'un support gradué et d'un oscilloscope bicourbe.</p>
<p><b>2. Mesures de temps et de fréquences</b></p> <p>Fréquence ou période :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Mesure directe au fréquencemètre numérique, à l'oscilloscope ou <i>via</i> une carte d'acquisition</li> <li>- Mesure indirecte : par comparaison avec une fréquence connue voisine, en réalisant des battements.</li> </ul> <p>Analyse spectrale.</p> <p>Décalage temporel/Déphasage à l'aide d'un oscilloscope numérique.</p>	<p>Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage, et la durée totale d'acquisition.</p> <p>Effectuer l'analyse spectrale d'un signal périodique à l'aide d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.</p> <p>Reconnaître une avance ou un retard.</p> <p>Passer d'un décalage temporel à un déphasage et inversement.</p> <p>Repérer précisément le passage par un déphasage de 0 ou <math>\pi</math> en mode XY.</p>
<p><b>3. Électricité</b></p> <p>Mesurer une tension :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe au voltmètre numérique ou à l'oscilloscope numérique.</li> </ul> <p>Mesurer un courant :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe à l'ampèremètre numérique</li> <li>- mesure indirecte à l'oscilloscope aux bornes d'une résistance adaptée.</li> </ul> <p>Mesurer une résistance ou une impédance :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe à l'ohmmètre/capacimètre</li> <li>- mesure indirecte à l'oscilloscope ou au voltmètre sur un diviseur de tension.</li> </ul> <p>Caractériser un dipôle quelconque.</p> <p>Élaborer un signal électrique analogique :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- périodique simple à l'aide d'un GBF</li> <li>- modulé en amplitude à l'aide de deux GBF et d'un multiplieur</li> </ul>	<p>Capacités communes à l'ensemble des mesures électriques :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Expliquer le lien entre résolution, calibre, nombre de points de mesure</li> <li>- Préciser la perturbation induite par l'appareil de mesure sur le montage et ses limites (bande passante, résistance d'entrée)</li> <li>- Définir la nature de la mesure effectuée (valeur efficace, valeur moyenne, amplitude, valeur crête à crête,...).</li> </ul> <p>Visualiser la caractéristique d'un capteur à l'aide d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.</p> <p>Obtenir un signal de valeur moyenne, de forme, d'amplitude et de fréquence données.</p>

<p>Agir sur un signal électrique à l'aide des fonctions simples suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- isolation, amplification, filtrage</li> <li>- sommation, intégration</li> </ul> <p>- numérisation.</p>	<p>Gérer, dans un circuit électronique, les contraintes liées à la liaison entre les masses.</p> <p>Mettre en œuvre les fonctions de base de l'électronique réalisées par des blocs dont la structure ne fait pas l'objet d'une étude spécifique.</p> <p>Associer ces fonctions de base pour réaliser une fonction complexe en gérant les contraintes liées aux impédances d'entrée et/ou de sortie des blocs.</p> <p>Élaborer un protocole permettant de déterminer le nombre de bits d'une conversion A/N et N/A.</p>
<p><b>4. Optique</b></p> <p>Former une image.</p> <p>Créer ou repérer une direction de référence.</p> <p>Analyser une lumière.</p> <p>Analyser une image numérique.</p>	<p>Éclairer un objet de manière adaptée.</p> <p>Choisir une ou plusieurs lentilles en fonction des contraintes expérimentales, et choisir leur focale de façon raisonnée.</p> <p>Optimiser la qualité d'une image (alignement, limitation des aberrations...).</p> <p>Estimer l'ordre de grandeur d'une distance focale.</p> <p>Régler et mettre en œuvre une lunette auto-collimatrice et un collimateur.</p> <p>Obtenir et analyser quantitativement un spectre à l'aide d'un réseau.</p> <p>Identifier, à l'aide d'un polariseur, une onde polarisée rectilignement et mesurer sa direction de polarisation.</p> <p>Acquérir (webcam, appareil photo numérique,...) l'image d'un phénomène physique sous forme numérique, et l'exploiter à l'aide d'un logiciel (obtention d'un profil d'intensité sur un segment, extraction d'un contour en modifiant le contraste, mesure d'une longueur par comparaison à un étalon, ...) pour conduire l'étude du phénomène.</p>
<p><b>5. Mécanique</b></p> <p>Mesurer une masse, un moment d'inertie.</p> <p>Visualiser et décomposer un mouvement.</p> <p>Mesurer une accélération.</p> <p>Quantifier une action.</p>	<p>Utiliser une balance de précision.</p> <p>Repérer la position d'un centre de masse et mesurer un moment d'inertie à partir d'une période et de l'application de la loi d'Huygens fournie.</p> <p>Mettre en œuvre une méthode de stroboscopie.</p> <p>Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération.</p> <p>Mettre en œuvre un accéléromètre.</p> <p>Utiliser un dynamomètre.</p>

<p><b>6. Thermodynamique</b></p> <p>Mesurer une pression.</p> <p>Mesurer une température.</p> <p>Effectuer des bilans d'énergie.</p>	<p>Mettre en œuvre un capteur, en distinguant son caractère différentiel ou absolu.</p> <p>Mettre en œuvre un capteur de température : thermomètre, thermocouple, thermistance, ou capteur infrarouge. Choisir le capteur en fonction de ses caractéristiques (linéarité, sensibilité, gamme de fonctionnement, temps de réponse), et du type de mesures à effectuer.</p> <p>Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.</p>
--	---

## Contenus disciplinaires

### A. Premier semestre

#### 1. Signaux Physiques

##### Présentation

Cette partie doit être traitée en totalité avant d'aborder les autres parties du programme. Elle porte sur l'étude des signaux physiques, et plus particulièrement sur celle des signaux sinusoïdaux, qui jouent un rôle central dans les systèmes linéaires. Cette première partie s'appuie sur un spectre large de concepts qui ont été abordés au lycée :

- en classe de seconde : signal périodique et spectre ;
- en classe de première scientifique : énergie électrique, loi d'Ohm, loi de Joule, lentilles minces, longueur d'onde dans le visible, spectres de sources lumineuses ;
- en classe de terminale scientifique : signaux numériques, ondes progressives, diffraction, interférences, effet Doppler, lois de Newton, énergie mécanique, oscillateur amorti.

La familiarité des étudiants avec la plupart des notions abordées dans cette partie doit faciliter la transition vers une physique plus quantitative qu'au lycée, ce qui nécessite une acquisition progressive d'outils nécessaires à la formalisation mathématique des lois de la physique. Les thèmes abordés dans cette partie ont été retenus pour leur caractère motivant ou formateur. Il convient d'introduire progressivement le formalisme en soulignant la richesse des conclusions auxquelles il permet d'accéder. Dans toute cette partie, on ne s'intéresse, à une exception près, qu'à des grandeurs scalaires associées à au plus une variable d'espace.

L'enseignement de cette partie doit faire très largement appel à la démarche expérimentale, qu'il s'agisse d'expériences de cours ou de travaux pratiques. Il convient à cet égard d'être conscient que la pratique des circuits électriques ne figure que très peu dans les programmes du lycée.

#### Objectifs généraux de formation

Cette première partie de programme « Signaux physiques » s'inscrit dans la continuité du programme de Terminale S, tout en amorçant une nécessaire transition vers une formalisation plus approfondie des lois

de la physique. À travers les contenus et les capacités exigibles sont développées des compétences qui seront par la suite valorisées, parmi lesquelles :

- comprendre le rôle joué par une équation différentielle dans l'étude de l'évolution temporelle d'un système physique
- comprendre la représentation des solutions dans un portrait de phase
- relier linéarité et superposition
- exploiter la décomposition sinusoïdale d'un signal pour prévoir son évolution à travers un système linéaire
- interpréter physiquement et savoir reconnaître la forme analytique d'un signal qui se propage
- relier conditions aux limites et quantification, conditions aux limites et décomposition en ondes stationnaires
- dégager les similitudes de comportement entre systèmes analogues par une mise en équation pertinente utilisant variables réduites et paramètres caractéristiques adimensionnés
- réaliser des constructions graphiques claires et précises pour appuyer un raisonnement ou un calcul

À l'issue de cette première partie de programme, ces compétences ne sauraient être complètement acquises ; il convient donc de les travailler chaque fois que l'occasion s'en présente dans la suite de la formation.

Le **bloc 1** s'articule autour d'un système simple connu, l'oscillateur harmonique non amorti en mécanique. Ce système permet d'introduire le concept fondamental d'équation différentielle modèle de l'évolution temporelle, dans un contexte où la mise en équations ne pose pas de difficulté majeure, et d'introduire un vocabulaire précis qui sera réinvesti par la suite.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Oscillateur harmonique</b>	
Mouvement horizontal sans frottement d'une masse accrochée à un ressort linéaire sans masse. Position d'équilibre.	<p>Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique. La résoudre compte tenu des conditions initiales.</p> <p>Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.</p> <p>Contrôler la cohérence de la solution obtenue avec la conservation de l'énergie mécanique, l'expression de l'énergie potentielle élastique étant ici affirmée.</p>

Le **bloc 2** est consacré à la propagation du signal. Il est ici indispensable de s'appuyer sur l'approche expérimentale ou sur des logiciels de simulation pour permettre aux étudiants de faire le lien entre l'observation de signaux qui se propagent et la traduction mathématique de cette propagation, sans qu'aucune référence ne soit faite ici à une équation d'ondes. L'étude de la somme de deux signaux sinusoïdaux de même fréquence et du phénomène d'interférences associé permet de mettre en évidence

le rôle essentiel joué par le déphasage entre les deux signaux dans le signal résultant. Les ondes stationnaires permettent d'illustrer le rôle des conditions aux limites dans l'apparition de modes propres et de préparer à la quantification de l'énergie en mécanique quantique. La diffraction est abordée de manière purement descriptive et expérimentale, et est envisagée comme une propriété universelle des ondes ; l'objectif est ici d'une part d'introduire l'approximation de l'optique géométrique et d'autre part de préparer l'interprétation ultérieure de l'inégalité de Heisenberg. Ce bloc se termine par une première approche, expérimentale elle aussi, de la manifestation vectorielle d'une onde transverse, autour de la loi de Malus.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Propagation d'un signal</b>	
Exemples de signaux, spectre.	<p>Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.</p> <p><b>Réaliser l'analyse spectrale d'un signal ou sa synthèse.</b></p> <p>Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques.</p>
Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle linéaire non dispersive. Célérité, retard temporel.	<p>Écrire les signaux sous la forme <math>f(x-ct)</math> ou <math>g(x+ct)</math>. Écrire les signaux sous la forme <math>f(t-x/c)</math> ou <math>g(t+x/c)</math>. Prévoir dans le cas d'une onde progressive pure l'évolution temporelle à position fixée, et prévoir la forme à différents instants.</p>
Onde progressive sinusoïdale : déphasage, double périodicité spatiale et temporelle.	<p>Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité.</p> <p><b>Mesurer la célérité, la longueur d'onde et le déphasage dû à la propagation d'un phénomène ondulatoire.</b></p>
Interférences entre deux ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence.	<p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour visualiser le phénomène d'interférences de deux ondes.</b></p> <p>Utiliser la représentation de Fresnel pour déterminer l'amplitude de l'onde résultante en un point en fonction du déphasage.</p> <p>Exprimer les conditions d'interférences constructives ou destructives.</p>
Battements.	<p><b>Déterminer une différence relative de fréquence à partir d'enregistrements de battements ou d'observation sensorielle directe.</b></p>
Ondes stationnaires mécaniques.	<p><b>Décrire une onde stationnaire observée par stroboscopie sur la corde de Melde.</b></p> <p>Caractériser une onde stationnaire par l'existence de nœuds et de ventres.</p> <p>Exprimer les fréquences des modes propres</p>

	<p>connaissant la célérité et la longueur de la corde.</p> <p>Savoir qu'une vibration quelconque d'une corde accrochée entre deux extrémités fixes se décompose en modes propres.</p> <p>Faire le lien avec le vocabulaire de la musique et savoir que le spectre émis par un instrument est en réalité plus complexe.</p> <p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant d'analyser le spectre du signal acoustique produit par une corde vibrante.</b></p>
<b>Diffraction à l'infini.</b>	<p>Utiliser la relation <math>\sin\theta \approx \lambda/d</math> entre l'échelle angulaire du phénomène de diffraction et la taille caractéristique de l'ouverture.</p> <p>Connaître les conséquences de la diffraction sur la focalisation et sur la propagation d'un faisceau laser.</p> <p><b>Choisir les conditions expérimentales permettant de mettre en évidence le phénomène de diffraction en optique ou en mécanique.</b></p>
<b>Polarisation rectiligne de la lumière.</b> Loi de Malus.	<p><b>Reconnaître et produire une onde lumineuse polarisée rectilignement.</b></p> <p><b>Mettre en œuvre une démarche expérimentale autour de la loi de Malus.</b></p>

Le **bloc 3** porte sur l'optique géométrique. Il ne doit pas être enseigné ou évalué pour lui-même, mais doit servir de point d'appui à des approches expérimentales en première année et à l'étude de l'optique physique en deuxième année.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Optique géométrique</b>	
Sources lumineuses.	Caractériser une source lumineuse par son spectre.
Modèle de la source ponctuelle monochromatique.	
Indice d'un milieu transparent.	Relier la longueur d'onde dans le vide et la longueur d'onde dans le milieu. Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur.
Approximation de l'optique géométrique et notion de rayon lumineux.	Définir le modèle de l'optique géométrique et indiquer ses limites.
Réflexion - Réfraction. Lois de Descartes.	Interpréter la loi de la réfraction à l'aide du modèle ondulatoire.  Établir la condition de réflexion totale.
Miroir plan.	Construire l'image d'un objet, identifier sa nature réelle ou virtuelle.
<b>Conditions de Gauss.</b>	Énoncer les conditions permettant un stigmatisme approché et les relier aux caractéristiques d'un

	détecteur.
<b>Lentilles minces.</b>	<p>Connaître les définitions et les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence.</p> <p>Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide de rayons lumineux.</p> <p>Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal fournies (Descartes, Newton).</p> <p>Choisir de façon pertinente dans un contexte donné la formulation (Descartes ou Newton) la plus adaptée.</p> <p>Établir et connaître la condition <math>D \geq 4f'</math> pour former l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.</p> <p><b>Modéliser expérimentalement à l'aide de plusieurs lentilles un dispositif optique d'utilisation courante.</b></p> <p><b>Approche documentaire :</b> en comparant des images produites par un appareil photographique numérique, discuter l'influence de la focale, de la durée d'exposition, du diaphragme sur la formation de l'image.</p>
L'œil.	<p>Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur fixe.</p> <p>Connaître les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.</p>

L'introduction au monde quantique fait l'objet du **bloc 4**. Elle s'inscrit dans la continuité du programme de la classe de terminale scientifique. Elle est restreinte, comme dans toute cette partie « Signaux physiques » à l'étude de systèmes unidimensionnels. La réflexion sur les thèmes abordés ici doit avant tout être qualitative ; toute dérive calculatoire devra être soigneusement évitée. Les concepts essentiels abordés sont la dualité onde-corpuscule, l'interprétation probabiliste de la fonction d'onde, et les conséquences de l'inégalité de Heisenberg spatiale dans des situations confinées.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4. Introduction au monde quantique</b>	
Dualité onde-particule pour la lumière et la matière. Relations de Planck-Einstein et de Louis de Broglie.	<p>Évaluer des ordres de grandeurs typiques intervenant dans des phénomènes quantiques.</p> <p><b>Approche documentaire :</b> décrire un exemple d'expérience mettant en évidence la nécessité de la notion de photon.</p> <p><b>Approche documentaire :</b> décrire un exemple d'expérience illustrant la notion d'ondes de matière.</p>

Interprétation probabiliste associée à la fonction d'onde : approche qualitative.	Interpréter une expérience d'interférences (matière ou lumière) « particule par particule » en termes probabilistes.
Inégalité de Heisenberg spatiale.	À l'aide d'une analogie avec la diffraction des ondes lumineuses, établir l'inégalité en ordre de grandeur : $\Delta p \Delta x \geq \hbar$ .
Énergie minimale de l'oscillateur harmonique quantique.	Établir le lien entre confinement spatial et énergie minimale (induit par l'inégalité de Heisenberg spatiale).
Quantification de l'énergie d'une particule libre confinée 1D.	Obtenir les niveaux d'énergie par analogie avec les modes propres d'une corde vibrante.  Établir le lien qualitatif entre confinement spatial et quantification.

Le **bloc 5** pose les bases nécessaires à l'étude des circuits dans l'Approximation des Régimes Quasi Stationnaires (ARQS). Si le programme se concentre sur l'étude des dipôles R, L et C, lors des travaux pratiques il est possible de faire appel à des composants intégrés ou non linéaires (amplificateurs opérationnels, filtres à capacité commutée, échantillonneur-bloqueur, diodes, photorésistances, etc.) dès lors qu'aucune connaissance préalable n'est nécessaire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Circuits électriques dans l'ARQS</b>	
Charge électrique, intensité du courant.  Potentiel, référence de potentiel, tension.  Puissance.	Savoir que la charge électrique est quantifiée.  Exprimer l'intensité du courant électrique en termes de débit de charge.  Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence. Relier la loi des nœuds au postulat de la conservation de la charge.  Utiliser la loi des mailles.  Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur.  Citer les ordres de grandeur des intensités et des tensions dans différents domaines d'application.
Dipôles : résistances, condensateurs, bobines, sources décrites par un modèle linéaire.	Utiliser les relations entre l'intensité et la tension.  Citer les ordres de grandeurs des composants R, L, C.  Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance.  Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine.  Modéliser une source non idéale en utilisant la représentation de Thévenin.

Association de deux résistances.	Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente.  Établir et exploiter les relations de diviseurs de tension ou de courant.
Résistance de sortie, résistance d'entrée.	<b>Étudier l'influence de ces résistances sur le signal délivré par un GBF, sur la mesure effectuée par un oscilloscope ou un multimètre.</b>  Évaluer les grandeurs à l'aide d'une notice ou d'un appareil afin d'appréhender les conséquences de leurs valeurs sur le fonctionnement d'un circuit.
Caractéristique d'un dipôle. Point de fonctionnement.	<b>Étudier la caractéristique d'un dipôle pouvant être éventuellement non-linéaire et mettre en œuvre un capteur dans un dispositif expérimental.</b>

Les **blocs 6, 7 et 8** abordent l'étude des circuits linéaires du premier et du second ordre en régime libre puis forcé, et une introduction au filtrage linéaire. Il s'agit avant tout de comprendre les principes des outils utilisés, et leur exploitation pour étudier le comportement d'un signal traversant un système linéaire. Ainsi l'évaluation ne peut-elle porter sur le tracé d'un diagramme de Bode à partir d'une fonction de transfert, ou sur la connaissance *a priori* de catalogues de filtres. Cependant, le professeur pourra, s'il le souhaite, détailler sur l'exemple simple du filtre du premier ordre le passage de la fonction de transfert au diagramme de Bode. L'objectif est bien plutôt ici de comprendre le rôle central de la linéarité des systèmes pour interpréter le signal de sortie. L'étude de régimes libres à partir de portraits de phase est une première introduction à l'utilisation de tels outils qui seront enrichis dans le cours de mécanique pour aborder la physique non linéaire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>6. Circuit linéaire du premier ordre</b>	
Régime libre, réponse à un échelon.	<p><b>Réaliser pour un circuit l'acquisition d'un régime transitoire du premier ordre et analyser ses caractéristiques. Confronter les résultats expérimentaux aux expressions théoriques.</b></p> <p>Distinguer, sur un relevé expérimental, régime transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon.</p> <p>Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine.</p> <p>Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.</p> <p>Prévoir l'évolution du système, avant toute résolution de l'équation différentielle, à partir d'une analyse s'appuyant sur une représentation graphique de la dérivée temporelle de la grandeur en fonction de cette grandeur.</p>

	Déterminer analytiquement la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon. Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.
Stockage et dissipation d'énergie.	Réaliser des bilans énergétiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>7. Oscillateurs amortis</b>	
Circuit RLC série et oscillateur mécanique amorti par frottement visqueux.	<p><b>Mettre en évidence la similitude des comportements des oscillateurs mécanique et électronique.</b></p> <p><b>Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire du deuxième ordre et analyser ses caractéristiques.</b></p> <p>Analyser, sur des relevés expérimentaux, l'évolution de la forme des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques.</p> <p>Prévoir l'évolution du système à partir de considérations énergétiques.</p> <p>Prévoir l'évolution du système en utilisant un portrait de phase fourni.</p> <p>Écrire sous forme canonique l'équation différentielle afin d'identifier la pulsation propre et le facteur de qualité.</p> <p>Connaître la nature de la réponse en fonction de la valeur du facteur de qualité.</p> <p>Déterminer la réponse détaillée dans le cas d'un régime libre ou d'un système soumis à un échelon en recherchant les racines du polynôme caractéristique.</p> <p>Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire, selon la valeur du facteur de qualité.</p>
Régime sinusoïdal forcé, impédances complexes.	Établir et connaître l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine en régime harmonique.
Association de deux impédances.	Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.
Oscillateur électrique ou mécanique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.	<p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental autour du phénomène de résonance.</b></p> <p>Utiliser la construction de Fresnel et la méthode des complexes pour étudier le régime forcé.</p> <p>À l'aide d'un outil de résolution numérique, mettre en</p>

	<p>évidence le rôle du facteur de qualité pour l'étude de la résonance en élongation.</p> <p>Relier l'acuité d'une résonance forte au facteur de qualité.</p> <p>Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase.</p> <p>Expliquer la complémentarité des informations présentes sur les graphes d'amplitude et de phase, en particulier dans le cas de résonance d'élongation de facteur de qualité modéré.</p> <p><b>Mettre en œuvre une démarche expérimentale autour des régimes transitoires du premier ou du second ordre (flash, sismomètre, ...).</b></p>
--	---

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>8. Filtrage linéaire</b>	
Signaux périodiques.	<p>Savoir que l'on peut décomposer un signal périodique en une somme de fonctions sinusoïdales.</p> <p>Définir la valeur moyenne et la valeur efficace. Établir par le calcul la valeur efficace d'un signal sinusoïdal.</p> <p>Savoir que le carré de la valeur efficace d'un signal périodique est la somme des carrés des valeurs efficaces de ses harmoniques.</p>
Fonction de transfert harmonique. Diagramme de Bode.	<p>Utiliser une fonction de transfert donnée d'ordre 1 ou 2 et ses représentations graphiques pour conduire l'étude de la réponse d'un système linéaire à une excitation sinusoïdale, à une somme finie d'excitations sinusoïdales, à un signal périodique.</p> <p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental illustrant l'utilité des fonctions de transfert pour un système linéaire à un ou plusieurs étages.</b></p> <p>Utiliser les échelles logarithmiques et interpréter les zones rectilignes des diagrammes de Bode d'après l'expression de la fonction de transfert.</p>
Notion de gabarit.  Modèles simples de filtres passifs : passe-bas et passe-haut d'ordre 1, passe-bas et passe-bande d'ordre 2.	<p>Établir le gabarit d'un filtre en fonction du cahier des charges.</p> <p>Expliciter les conditions d'utilisation d'un filtre afin de l'utiliser comme moyennneur, intégrateur, ou dérivateur.</p> <p>Comprendre l'intérêt, pour garantir leur fonctionnement lors de mises en cascade, de</p>

réaliser des filtres de tension de faible impédance de sortie et forte impédance d'entrée.

**Approche documentaire :** expliquer la nature du filtrage introduit par un dispositif mécanique (sismomètre, amortisseur, accéléromètre...).

**Étudier le filtrage linéaire d'un signal non sinusoïdal à partir d'une analyse spectrale.**

**Détecter le caractère non linéaire d'un système par l'apparition de nouvelles fréquences.**

## 2. Mécanique 1

### Présentation

Le programme de mécanique de PCSI s'inscrit dans le prolongement du programme de Terminale S où la loi fondamentale de la dynamique a été exprimée en termes de quantité de mouvement, puis utilisée pour l'étude du mouvement du point matériel. L'objectif majeur du programme de PCSI est la maîtrise opérationnelle des lois fondamentales (principe d'inertie, loi de la quantité de mouvement, principe des actions réciproques, loi du moment cinétique, loi de l'énergie cinétique). S'agissant du caractère postulé ou démontré, le professeur est libre de présenter tout ou partie de ces lois comme des postulats ou comme des conséquences de postulats en nombre plus restreint. En conséquence, aucune question ne peut être posée à ce sujet. Pour illustrer ces lois fondamentales, il ne s'agit pas de se restreindre à la dynamique du point matériel. Des exemples de dynamique du solide seront introduits (translation et rotation autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen), avec toutefois des limitations strictes : l'étude générale d'un mouvement composé d'une translation dans un référentiel galiléen et d'une rotation autour d'un axe fixe dans le référentiel barycentrique ne figure pas au programme.

En première année on se limite à l'étude de la dynamique dans un référentiel galiléen : l'introduction des forces d'inertie est prévue en deuxième année.

### Objectifs généraux de formation

Après la partie « Signaux physiques » du programme, qui implique uniquement des grandeurs scalaires associées à au plus une variable d'espace, la partie « mécanique » constitue une entrée concrète vers la manipulation de grandeurs vectorielles associées à plusieurs variables d'espace : il convient d'accorder toute son importance à la marche à franchir pour les étudiants. Par ailleurs, la mécanique doit contribuer à développer plus particulièrement des compétences générales suivantes :

- faire preuve de rigueur : définir un système, procéder à un bilan complet des forces appliquées
- faire preuve d'autonomie : choisir un référentiel, choisir un système de repérage, identifier les inconnues, choisir une méthode de mise en équations lorsque plusieurs méthodes sont possibles
- modéliser une situation : choisir un niveau de modélisation adapté ; prendre conscience des limites d'un modèle ; comprendre l'intérêt de modèles de complexité croissante (prise en compte des frottements, des effets non-linéaires)
- utiliser divers outils (discussions graphiques, résolution analytique, résolution numérique) pour discuter les solutions de la ou des équations différentielles modélisant l'évolution temporelle d'un système
- identifier et utiliser des grandeurs conservatives

- rechercher les paramètres significatifs d'un problème
- mener un raisonnement qualitatif ou semi-quantitatif rigoureux
- faire apparaître et exploiter des analogies : circuit RLC en électrocinétique, pendule simple aux « petits » angles et système masse-ressort
- schématiser une situation et en étayer l'analyse à l'aide d'un schéma pertinent (bilan des forces par exemple)
- prendre conscience des limites d'une théorie (limites relativistes par exemple)
- confronter les résultats d'une étude à ce qu'on attendait intuitivement ou à des observations.

Pour que l'ensemble de ces compétences soit pleinement développé, il est indispensable de ne pas proposer aux étudiants exclusivement des situations modélisées à l'extrême (masse accrochée à un ressort...) et de ne pas se limiter à des situations débouchant sur la résolution analytique d'une équation différentielle. L'étude approfondie d'un nombre limité de dispositifs réels doit être préférée à l'accumulation d'exercices standardisés.

Le **bloc 1** est une approche de la cinématique du point, les exemples étant limités aux mouvements plans, et de la cinématique du solide, limitée aux cas de la translation et de la rotation autour d'un axe fixe. Il convient de construire les outils sans formalisme excessif, en motivant l'étude par des exemples réels, tirés par exemple d'expériences de cours ou d'enregistrements vidéo. Ainsi, l'introduction du repérage en coordonnées cartésiennes s'appuie sur l'étude du mouvement à accélération constante et l'introduction du repérage en coordonnées polaires s'appuie sur l'étude du mouvement circulaire. Si la compréhension du rôle de l'accélération normale dans un mouvement curviligne plan quelconque est une compétence attendue, tout calcul à ce sujet est hors de portée des élèves qui ne connaissent pas la géométrie différentielle (rayon de courbure, trièdre de Frenet). Pour le solide en rotation autour d'un axe fixe, il s'agit simplement de définir le mouvement en remarquant que tout point du solide décrit un cercle autour de l'axe avec une même vitesse angulaire  $\omega$  et d'expliciter la vitesse de chaque point en fonction de  $\omega$  et de la distance à l'axe de rotation ; la connaissance du vecteur-rotation n'est pas exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1.1. Description et paramétrage du mouvement d'un point</b>	
Espace et temps classiques. Référentiel d'observation. Caractère relatif du mouvement. Description d'un mouvement. Vecteur-position, vecteur-vitesse, vecteur-accélération.	<b>Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération.</b>
Systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.	Établir les expressions des composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération dans le seul cas des coordonnées cartésiennes et cylindriques.  Exprimer à partir d'un schéma le déplacement élémentaire dans les différents systèmes de coordonnées, construire le trièdre local associé et en déduire les composantes du vecteur-vitesse en coordonnées cartésiennes et cylindriques.  Choisir un système de coordonnées adapté au problème posé.
Exemple 1 : mouvement de vecteur-accélération	Exprimer la vitesse et la position en fonction du

constant.	temps. Obtenir la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
Exemple 2 : mouvement circulaire uniforme et non uniforme.	Exprimer les composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération en coordonnées polaires planes.  Identifier les liens entre les composantes du vecteur-accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur-vitesse et sa variation temporelle. Situer qualitativement la direction du vecteur-accélération dans la concavité d'une trajectoire plane.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1.2 Description du mouvement d'un solide dans deux cas particuliers</b>	
Définition d'un solide.	Différencier un solide d'un système déformable.
Translation.	Reconnaître et décrire une translation rectiligne, une translation circulaire.
Rotation autour d'un axe fixe.	Décrire la trajectoire d'un point quelconque du solide et exprimer sa vitesse en fonction de sa distance à l'axe et de la vitesse angulaire.

Le **bloc 2** introduit les bases de la dynamique newtonienne. Il est essentiel de ne pas se limiter à l'étude de situations simplifiées à l'excès afin de parvenir à une solution analytique. Au contraire il convient d'habituer les étudiants à utiliser les outils de calcul numérique (calculatrices graphiques, logiciels de calcul numérique...) qui permettent de traiter des situations réelles dans toute leur richesse (rôle des frottements, effets non linéaires...). Le programme insiste sur le portrait de phase considéré comme un regard complémentaire sur les équations différentielles. Les portraits de phase ne doivent pas donner lieu à des débordements calculatoires : leur construction explicite est donc limitée au cas des oscillations harmoniques au voisinage d'une position d'équilibre. En revanche les étudiants devront savoir interpréter un portrait de phase plus complexe qui leur serait fourni ou qu'ils auraient obtenu expérimentalement ou à l'aide d'un logiciel.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.1 Loi de la quantité de mouvement</b>	
Forces. Principe des actions réciproques.	Établir un bilan des forces sur un système, ou plusieurs systèmes en interaction et en rendre compte sur une figure.  <b>Proposer un protocole expérimental permettant d'étudier une loi de force.</b>
Quantité de mouvement d'un point et d'un système de points. Lien avec la vitesse du centre d'inertie d'un système fermé.	Établir l'expression de la quantité de mouvement d'un système restreint au cas de deux points sous la forme $\vec{p} = m\vec{v}(G)$ .
Référentiel galiléen. Principe de l'inertie.	Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.
Loi de la quantité de mouvement dans un référentiel galiléen.	Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel ou du centre d'inertie d'un système fermé.
Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme.	Mettre en équation le mouvement sans frottement et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accélération constant.

Influence de la résistance de l'air.	<p><b>Approche numérique :</b> Prendre en compte la traînée pour modéliser une situation réelle.</p> <p><b>Approche numérique :</b> Exploiter une équation différentielle sans la résoudre analytiquement : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats fournis par un logiciel d'intégration numérique.</p> <p><b>Proposer un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.</b></p>
Pendule simple.	<p>Établir l'équation du mouvement du pendule simple.</p> <p>Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire.</p> <p>Établir l'équation du portrait de phase (intégrale première) dans ce cadre et le tracer.</p>
Lois de Coulomb du frottement de glissement dans le seul cas d'un solide en translation.	<p>Exploiter les lois de Coulomb fournies dans les trois situations : équilibre, mise en mouvement, freinage.</p> <p>Formuler une hypothèse (quant au glissement ou non) et la valider.</p>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.2 Approche énergétique du mouvement d'un point matériel</b>	
Puissance et travail d'une force.	Reconnaître le caractère moteur ou résistant d'une force. Savoir que la puissance dépend du référentiel.
Loi de l'énergie cinétique et loi de la puissance cinétique dans un référentiel galiléen.	Utiliser la loi appropriée en fonction du contexte.
Énergie potentielle. Énergie mécanique.	Établir et connaître les expressions des énergies potentielles de pesanteur (champ uniforme), énergie potentielle gravitationnelle (champ créé par un astre ponctuel), énergie potentielle élastique, énergie électrostatique (champ uniforme et champ créé par une charge ponctuelle).
Mouvement conservatif.	Distinguer force conservative et force non conservative. Reconnaître les cas de conservation de l'énergie mécanique. Utiliser les conditions initiales.
Mouvement conservatif à une dimension.	<p>Déduire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement qualitatif : trajectoire bornée ou non, mouvement périodique, positions de vitesse nulle.</p> <p>Expliquer qualitativement le lien entre le profil d'énergie potentielle et le portrait de phase.</p>
Positions d'équilibre. Stabilité.	Déduire d'un graphe d'énergie potentielle l'existence de positions d'équilibre, et la nature stable ou instable de ces positions.
Petits mouvements au voisinage d'une position d'équilibre stable, approximation locale par un puits de potentiel harmonique.	Identifier cette situation au modèle de l'oscillateur harmonique.

	<b>Approche numérique</b> : utiliser les résultats fournis par une méthode numérique pour mettre en évidence des effets non linéaires.
Barrière de potentiel.	Évaluer l'énergie minimale nécessaire pour franchir la barrière.

Le **bloc 3**, centré sur l'étude des mouvements de particules chargées, se prête à une ouverture vers la dynamique relativiste, qui ne doit en aucun cas être prétexte à des débordements, en particulier sous forme de dérives calculatoires ; la seule compétence attendue est l'exploitation des expressions fournies de l'énergie et de la quantité de mouvement d'une particule relativiste pour analyser des documents scientifiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Mouvement de particules chargées dans des champs électrique et magnétique, uniformes et stationnaires</b>	
Force de Lorentz exercée sur une charge ponctuelle ; champs électrique et magnétique.	Évaluer les ordres de grandeur des forces électrique ou magnétique et les comparer à ceux des forces gravitationnelles.
Puissance de la force de Lorentz.	Savoir qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule.
Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme.	Mettre en équation le mouvement et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accélération constant.  Effectuer un bilan énergétique pour calculer la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel.  Citer une application
Mouvement circulaire d'une particule chargée dans un champ magnétostatique uniforme dans le cas où le vecteur-vitesse initial est perpendiculaire au champ magnétique.	Déterminer le rayon de la trajectoire sans calcul en admettant que celle-ci est circulaire.  <b>Approche documentaire</b> : analyser des documents scientifiques montrant les limites relativistes en s'appuyant sur les expressions fournies $E_c = (\gamma-1)mc^2$ et $p = \gamma mv$ .  Citer une application

## B. Deuxième semestre

### 1. Mécanique 2

Dans le **bloc 4**, l'étude du mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe gardant une direction fixe dans un référentiel galiléen mais pour lequel l'axe de rotation ne serait pas fixe est exclue. La rubrique 4.3 a pour seul objectif de montrer la nécessité de prendre en compte le travail des forces intérieures lorsqu'on applique la loi de l'énergie cinétique à un système déformable.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4.1 Loi du moment cinétique</b>	
Moment cinétique d'un point matériel par rapport à un point et par rapport à un axe orienté.	Relier la direction et le sens du vecteur moment cinétique aux caractéristiques du mouvement.
Moment cinétique d'un système discret de points par rapport à un axe orienté.	Maîtriser le caractère algébrique du moment cinétique scalaire.
Généralisation au cas du solide en rotation autour d'un axe : moment d'inertie.	Exploiter la relation pour le solide entre le moment cinétique scalaire, la vitesse angulaire de rotation et le moment d'inertie fourni.  Relier qualitativement le moment d'inertie à la répartition des masses.
Moment d'une force par rapport à un point ou un axe orienté.  Couple.  Liaison pivot.  Notions simples sur les moteurs ou freins dans les dispositifs rotatifs.	Calculer le moment d'une force par rapport à un axe orienté en utilisant le bras de levier.  Définir un couple.  Définir une liaison pivot et justifier le moment qu'elle peut produire.  Savoir qu'un moteur ou un frein contient nécessairement un stator pour qu'un couple puisse s'exercer sur le rotor.
Loi du moment cinétique en un point fixe dans un référentiel galiléen.	Reconnaître les cas de conservation du moment cinétique.
Loi scalaire du moment cinétique appliquée au solide en rotation autour d'un axe fixe orienté dans un référentiel galiléen.	
Pendule de torsion.	Établir l'équation du mouvement.  Expliquer l'analogie avec l'équation de l'oscillateur harmonique.  Établir une intégrale première du mouvement.
Pendule pesant.	Établir l'équation du mouvement.  Expliquer l'analogie avec l'équation de l'oscillateur harmonique. Établir une intégrale première du mouvement.  Lire et interpréter le portrait de phase : bifurcation entre un mouvement pendulaire et un mouvement révolitif.  <b>Approche numérique</b> : Utiliser les résultats fournis par un logiciel de résolution numérique ou des simulations pour mettre en évidence le non isochronisme des oscillations.  <b>Réaliser l'acquisition expérimentale du portrait de phase d'un pendule pesant. Mettre en évidence une diminution de l'énergie mécanique.</b>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4.2 Approche énergétique du mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe fixe orienté, dans un référentiel galiléen</b>	
Énergie cinétique d'un solide en rotation.	Utiliser la relation $E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2$ , l'expression de $J_{\Delta}$ étant fournie.
Loi de l'énergie cinétique pour un solide.	Établir l'équivalence dans ce cas entre la loi scalaire du moment cinétique et celle de l'énergie cinétique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4.3 Loi de l'énergie cinétique pour un système déformable</b>	
Loi de l'énergie cinétique pour un système déformable.	<b>Bilan énergétique du tabouret d'inertie.</b> Prendre en compte le travail des forces intérieures. Utiliser sa nullité dans le cas d'un solide.

Le **bloc 5** est motivé par ses nombreuses applications. On se limite à discuter la nature de la trajectoire sur un graphe donnant l'énergie potentielle effective et on ne poursuit l'étude dans le cas d'un champ newtonien (lois de Kepler) que dans le cas d'une trajectoire circulaire. Le caractère elliptique des trajectoires associées à un état lié est affirmé sans qu'aucune étude géométrique des ellipses ne soit prévue ; on utilise dans ce cas les constantes du mouvement (moment cinétique et énergie mécanique) pour exprimer l'énergie de la trajectoire elliptique en fonction du demi-grand axe. Enfin l'approche de l'expérience de Rutherford est exclusivement documentaire : tout calcul de la déviation est exclu, il s'agit en revanche d'utiliser le graphe de l'énergie potentielle effective pour relier la distance minimale d'approche à l'énergie mise en jeu.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Mouvements dans un champ de force centrale conservatif</b>	
Point matériel soumis à un seul champ de force centrale.	Déduire de la loi du moment cinétique la conservation du moment cinétique.  Connaître les conséquences de la conservation du moment cinétique : mouvement plan, loi des aires.
Énergie potentielle effective. État lié et état de diffusion.	Exprimer la conservation de l'énergie mécanique et construire une énergie potentielle effective.  Décrire qualitativement le mouvement radial à l'aide de l'énergie potentielle effective. Relier le caractère borné à la valeur de l'énergie mécanique.  <b>Approche documentaire :</b> Relier l'échelle spatiale sondée à l'énergie mise en jeu lors d'une collision en s'appuyant sur l'expérience de Rutherford.
Champ newtonien. Lois de Kepler.	Énoncer les lois de Kepler pour les planètes et les transposer au cas des satellites terrestres.
Cas particulier du mouvement circulaire : satellite, planète.	Montrer que le mouvement est uniforme et savoir calculer sa période.

	Établir la troisième loi de Kepler dans le cas particulier de la trajectoire circulaire. Exploiter sans démonstration sa généralisation au cas d'une trajectoire elliptique.
Satellite géostationnaire.	Calculer l'altitude du satellite et justifier sa localisation dans le plan équatorial.
Énergie mécanique dans le cas du mouvement circulaire puis dans le cas du mouvement elliptique.	Exprimer l'énergie mécanique pour le mouvement circulaire.  Exprimer l'énergie mécanique pour le mouvement elliptique en fonction du demi-grand axe.
Vitesses cosmiques : vitesse en orbite basse et vitesse de libération.	Exprimer ces vitesses et connaître leur ordre de grandeur en dynamique terrestre.

## 2. Thermodynamique

### Présentation

Dans le cycle terminal de la filière S du lycée, les élèves ont été confrontés à la problématique des transferts d'énergie entre systèmes macroscopiques. L'énergie interne d'un système a été introduite puis reliée à la grandeur température *via* la capacité thermique dans le cas d'une phase condensée. Les élèves ont alors été amenés à se questionner sur le moyen de parvenir à une modification de cette énergie interne ce qui a permis d'introduire le premier principe et deux types de transferts énergétiques, le travail et le transfert thermique. Enfin, les élèves ont été sensibilisés à la notion d'irréversibilité en abordant le phénomène de diffusion thermique.

Après avoir mis l'accent sur le passage fondamental d'une réalité microscopique à des grandeurs mesurables macroscopiques, cette partie propose, en s'appuyant sur des exemples concrets, de poursuivre la description et l'étude de la matière à l'échelle macroscopique, l'objectif étant d'aborder des applications motivantes. Les capacités identifiées doivent être introduites en s'appuyant dès que possible sur des dispositifs expérimentaux qui permettent ainsi leur acquisition progressive et authentique. Ces capacités se limitent à l'étude du corps pur subissant des transformations finies, excluant ainsi toute thermodynamique différentielle : le seul recours à une quantité élémentaire intervient lors de l'évaluation du travail algébriquement reçu par un système par intégration du travail élémentaire. En particulier, pour les bilans finis d'énergie, les expressions des fonctions d'état  $U_m(T, V_m)$  et  $H_m(T, P)$  seront données si le système ne relève pas du modèle gaz parfait ou du modèle de la phase condensée incompressible et indilatable. Pour les bilans finis d'entropie, l'expression de la fonction d'état entropie sera systématiquement donnée et on ne s'intéressera pas à sa construction.

S'agissant de l'application des principes de la thermodynamique aux machines thermiques avec écoulement stationnaire, il s'agit d'une introduction modeste: les étudiants doivent avoir compris pourquoi l'enthalpie intervient mais l'essentiel n'est pas la démonstration (qui sera reprise en deuxième année) ; il s'agit en revanche d'orienter l'enseignement de la thermodynamique vers des applications industrielles réelles motivantes grâce à l'utilisation de diagrammes.

On utilisera les notations suivantes : pour une grandeur extensive  $A$ ,  $a$  sera la grandeur massique associée et  $A_m$  la grandeur molaire associée.

## Objectifs généraux de formation

Il est essentiel de bien situer le niveau de ce cours de thermodynamique, en le considérant comme une introduction à un domaine complexe dont le traitement complet relève de la physique statistique, inabordable à ce stade. On s'attachera néanmoins, de façon prioritaire, à la rigueur des raisonnements mis en place (définition du système, lois utilisées...).

Outre la maîtrise des capacités liées aux notions abordées, cette partie a pour vocation l'acquisition par l'étudiant des compétences transversales suivantes :

- définir un système qui permette de faire les bilans nécessaires à l'étude
- faire le lien entre un système réel et sa modélisation
- comprendre qu'il peut exister plusieurs modèles de complexité croissante pour rendre compte des observations expérimentales
- utiliser des tableaux de données ou des représentations graphiques complexes.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Descriptions microscopique et macroscopique d'un système à l'équilibre</b>	
Échelles microscopique, mésoscopique, et macroscopique. Libre parcours moyen.	Définir l'échelle mésoscopique et en expliquer la nécessité. Connaître quelques ordres de grandeur de libres parcours moyens.
Description des caractères généraux de la distribution des vitesses moléculaires d'un gaz (homogénéité et isotropie). Vitesse quadratique moyenne. Pression cinétique.	Utiliser un modèle unidirectionnel avec une distribution discrète de vitesse pour montrer que la pression est proportionnelle à la masse des particules, à la densité particulaire et à la vitesse quadratique moyenne au carré.
Température cinétique. Exemple du gaz parfait monoatomique : $E_c=3/2kT$ .	Calculer l'ordre de grandeur d'une vitesse quadratique moyenne dans un gaz parfait.
Système thermodynamique.	Identifier un système ouvert, un système fermé, un système isolé.
État d'équilibre d'un système soumis aux seules forces de pression. Pression, température, volume, équation d'état. Grandeur extensive, grandeur intensive. Exemples du gaz parfait et d'une phase condensée indilatable et incompressible.	Calculer une pression à partir d'une condition d'équilibre mécanique.  Déduire une température d'une condition d'équilibre thermique.  Connaître quelques ordres de grandeur de volumes molaires ou massiques dans les conditions usuelles de pression et de température.  Connaître et utiliser l'équation d'état des gaz parfaits.
Énergie interne d'un système. Capacité thermique à volume constant dans le cas du gaz parfait.	Exprimer l'énergie interne d'un gaz parfait monoatomique à partir de l'interprétation microscopique de la température.  Savoir que $U_m=U_m(T)$ pour un gaz parfait.

Énergie interne et capacité thermique à volume constant d'une phase condensée considérée incompressible et indilatable.	Savoir que $U_m=U_m(T)$ pour une phase condensée incompressible et indilatable.
Approximation des phases condensées peu compressibles et peu dilatables.	Interpréter graphiquement la différence de compressibilité entre un liquide et un gaz à partir d'isothermes expérimentales.
Du gaz réel au gaz parfait.	Comparer le comportement d'un gaz réel au modèle du gaz parfait sur des réseaux d'isothermes expérimentales en coordonnées de Clapeyron ou d'Amagat.
Corps pur diphasé en équilibre. Diagramme de phases (P,T). Cas de l'équilibre liquide-vapeur : diagramme de Clapeyron (P,v), titre en vapeur.	<p>Analyser un diagramme de phase expérimental (P,T).</p> <p>Proposer un jeu de variables d'état suffisant pour caractériser l'état d'équilibre d'un corps pur diphasé soumis aux seules forces de pression.</p> <p>Positionner les phases dans les diagrammes (P,T) et (P,v).</p> <p>Déterminer la composition d'un mélange diphasé en un point d'un diagramme (P,v).</p> <p>Expliquer la problématique du stockage des fluides.</p> <p><b>Mettre en œuvre un protocole expérimental d'étude des relations entre paramètres d'état d'un fluide à l'équilibre (corps pur monophasé ou sous deux phases)</b></p>
Équilibre liquide-vapeur de l'eau en présence d'une atmosphère inerte.	Utiliser la notion de pression partielle pour adapter les connaissances sur l'équilibre liquide-vapeur d'un corps pur au cas de l'évaporation en présence d'une atmosphère inerte.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Énergie échangée par un système au cours d'une transformation</b>	
Transformation thermodynamique subie par un système.	<p>Définir le système.</p> <p>Exploiter les conditions imposées par le milieu extérieur pour déterminer l'état d'équilibre final.</p> <p>Utiliser le vocabulaire usuel : évolutions isochore, isotherme, isobare, monobare, monotherme.</p>
Travail des forces de pression. Transformations isochore, monobare.	<p>Calculer le travail par découpage en travaux élémentaires et sommation sur un chemin donné dans le cas d'une seule variable.</p> <p>Interpréter géométriquement le travail des forces de pression dans un diagramme de Clapeyron.</p>
Transfert thermique. Transformation adiabatique. Thermostat, transformations monotherme et isotherme.	<p>Distinguer qualitativement les trois types de transferts thermiques : conduction, convection et rayonnement.</p> <p>Identifier dans une situation expérimentale le ou les</p>

	<p>systèmes modélisables par un thermostat.</p> <p>Proposer de manière argumentée le modèle limite le mieux adapté à une situation réelle entre une transformation adiabatique et une transformation isotherme.</p>
--	---

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Premier principe. Bilans d'énergie</b>	
Premier principe de la thermodynamique : $\Delta U + \Delta E_c = Q + W$	<p>Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan énergétique faisant intervenir travail <math>W</math> et transfert thermique <math>Q</math>.</p> <p>Exploiter l'extensivité de l'énergie interne.</p> <p>Distinguer le statut de la variation de l'énergie interne du statut des termes d'échange.</p> <p>Calculer le transfert thermique <math>Q</math> sur un chemin donné connaissant le travail <math>W</math> et la variation de l'énergie interne <math>\Delta U</math>.</p> <p><b>Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure d'une grandeur thermodynamique énergétique (capacité thermique, enthalpie de fusion...).</b></p>
Enthalpie d'un système. Capacité thermique à pression constante dans le cas du gaz parfait et d'une phase condensée incompressible et indilatable.	<p>Exprimer l'enthalpie <math>H_m(T)</math> du gaz parfait à partir de l'énergie interne.</p> <p>Comprendre pourquoi l'enthalpie <math>H_m</math> d'une phase condensée peu compressible et peu dilatable peut être considérée comme une fonction de l'unique variable <math>T</math>.</p> <p>Exprimer le premier principe sous forme de bilan d'enthalpie dans le cas d'une transformation monobare avec équilibre mécanique dans l'état initial et dans l'état final.</p> <p>Connaître l'ordre de grandeur de la capacité thermique massique de l'eau liquide.</p>
Enthalpie associée à une transition de phase : enthalpie de fusion, enthalpie de vaporisation, enthalpie de sublimation.	Exploiter l'extensivité de l'enthalpie et réaliser des bilans énergétiques en prenant en compte des transitions de phases.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4. Deuxième principe. Bilans d'entropie</b>	
Deuxième principe : fonction d'état entropie, entropie créée, entropie échangée. $\Delta S = S_{ech} + S_{créé}$ avec $S_{ech} = \sum Q_i/T_i$ .	<p>Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan entropique. Relier l'existence d'une entropie créée à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité.</p> <p><b>Approche documentaire :</b> interpréter qualitativement l'entropie en terme de désordre en s'appuyant sur la formule de Boltzmann.</p>

Variation d'entropie d'un système.	Utiliser l'expression fournie de la fonction d'état entropie.
Loi de Laplace.	Exploiter l'extensivité de l'entropie.
Cas particulier d'une transition de phase.	Connaître la loi de Laplace et ses conditions d'application.
	Connaître et utiliser la relation entre les variations d'entropie et d'enthalpie associées à une transition de phase : $\Delta h_{12}(T) = T \Delta s_{12}(T)$

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Machines thermiques</b>	
Application du premier principe et du deuxième principe aux machines thermiques cycliques dithermes : rendement, efficacité, théorème de Carnot.	Donner le sens des échanges énergétiques pour un moteur ou un récepteur thermique ditherme.  Analyser un dispositif concret et le modéliser par une machine cyclique ditherme.  Définir un rendement ou une efficacité et la relier aux énergies échangées au cours d'un cycle. Justifier et utiliser le théorème de Carnot.  Citer quelques ordres de grandeur des rendements des machines thermiques réelles actuelles.
Exemples d'études de machines thermodynamiques réelles à l'aide de diagrammes (p,h).	Utiliser le 1er principe dans un écoulement stationnaire sous la forme $h_2 - h_1 = w_u + q$ , pour étudier une machine thermique .

### 3. Statique des fluides

#### Présentation et objectifs généraux de formation

La physique des milieux continus constitue une part importante des programmes de deuxième année PC et PSI. Dans ce domaine, on fait appel à des méthodes de pensée et des techniques de calcul qu'il est souhaitable d'aborder dès la première année. Cette partie du programme de PCSI est donc conçue pour introduire sur le support concret de la statique des fluides le principe du découpage d'un domaine physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux et de la sommation d'une grandeur extensive (force) pour ce découpage.

Partant du cas particulier de la statique des fluides dans le champ de pesanteur qui ne nécessite qu'un formalisme minimal, un des objectifs est de montrer à la fin de cette partie l'intérêt d'un formalisme plus poussé (introduction de l'opérateur gradient) pour passer à une formulation universelle d'une loi de la physique.

La statique des fluides permet également d'introduire le facteur de Boltzmann dont on affirmera la généralité.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen.</b>	
Forces surfaciques, forces volumiques.	Distinguer le statut des forces de pression et des forces de pesanteur.
Statique dans le champ de pesanteur uniforme : relation $dp/dz = -\rho g$ .	Connaître des ordres de grandeur des champs de pression dans le cas de l'océan et de l'atmosphère.  Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et homogène et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait.
Facteur de Boltzmann.	S'appuyer sur la loi d'évolution de la densité moléculaire de l'air dans le cas de l'atmosphère isotherme pour illustrer la signification du facteur de Boltzmann.  <b>Approche documentaire</b> : reconnaître un facteur de Boltzmann ; comparer $k_B T$ aux écarts d'énergie dans un contexte plus général.
Résultante de forces de pression.	Exprimer une surface élémentaire dans un système de coordonnées adaptées.  Utiliser les symétries pour déterminer la direction d'une résultante de forces de pression.  Évaluer une résultante de forces de pression.
Poussée d'Archimède.	Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède.  Exploiter la loi d'Archimède.
Équivalent volumique des forces de pression.	Exprimer l'équivalent volumique des forces de pression à l'aide d'un gradient.
Équation locale de la statique des fluides.	Établir l'équation locale de la statique des fluides.

## 4. Induction et forces de Laplace

### Présentation

Cette partie est nouvelle pour les étudiants, puisque seule une approche descriptive du champ magnétique a fait l'objet d'une présentation en classe de première S. Cette partie s'appuie sur les nombreuses applications présentes dans notre environnement immédiat : boussole, moteur électrique, alternateur, transformateur, haut-parleur, plaques à induction, carte RFID... Il s'agit de restituer toute la richesse de ces applications dans un volume horaire modeste, ce qui limite les géométries envisagées et le formalisme utilisé. Le point de vue adopté cherche à mettre l'accent sur les phénomènes et sur la modélisation sommaire de leurs applications. L'étude sera menée à partir du flux magnétique en n'envisageant que des champs magnétiques uniformes à l'échelle de la taille des systèmes étudiés. Toute étude du champ électromoteur est exclue. L'induction et les forces de Laplace dans un circuit mobile sont introduites dans le cas d'un champ uniforme et stationnaire, soit dans le modèle des rails de Laplace, soit

dans celui d'un cadre rectangulaire en rotation. Ce dernier modèle permet d'introduire la notion de dipôle magnétique et une analogie de comportement permet de l'étendre au cas de l'aiguille d'une boussole.

Le succès de cet enseignement au niveau de la classe de PCSI suppose le respect de ces limitations : cet enseignement n'est pas une étude générale des phénomènes d'induction. Corrélativement, l'enseignement de cette partie doit impérativement s'appuyer sur une démarche expérimentale authentique, qu'il s'agisse d'expériences de cours ou d'activités expérimentales.

### Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- maîtriser les notions de champ de vecteurs et de flux d'un champ de vecteurs
- évaluer les actions d'un champ magnétique extérieur sur un circuit parcouru par un courant ou par analogie sur un aimant
- utiliser la notion de moment magnétique
- connaître ou savoir évaluer des ordres de grandeur
- analyser qualitativement les systèmes où les phénomènes d'induction sont à prendre en compte
- maîtriser les règles d'orientation et leurs conséquences sur l'obtention des équations mécaniques et électriques
- effectuer des bilans énergétiques
- connaître des applications relevant du domaine de l'industrie ou de la vie courante où les phénomènes d'induction sont présents et déterminants dans le fonctionnement des dispositifs
- mettre en œuvre des expériences illustrant la manifestation des phénomènes d'induction

Le **bloc 1. « Champ magnétique »** vise à faire le lien avec le programme de la classe de première S et à permettre à l'étudiant de disposer des outils minimaux nécessaires ; l'accent est mis sur le concept de champ vectoriel, sur l'exploitation des représentations graphiques et sur la connaissance d'ordres de grandeur. Une étude plus approfondie de la magnétostatique sera conduite en seconde année.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Champ magnétique</b>	
Sources de champ magnétique ; cartes de champ magnétique.	<p>Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, de champ faible, et l'emplacement des sources.</p> <p>Connaître l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue.</p> <p>Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme.</p> <p>Connaître des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.</p>

Lien entre le champ magnétique et l'intensité du courant.	Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies.  Orienter le champ magnétique créé par une bobine « infinie » et connaître son expression.
Moment magnétique.	Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane.  Par analogie avec une boucle de courant, associer à un aimant un moment magnétique.  Connaître un ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel.

Dans le **bloc 2. « Actions d'un champ magnétique »**, le professeur est libre d'introduire la force de Laplace avec ou sans référence à la force de Lorentz. Il s'agit ici de se doter d'expressions opérationnelles pour étudier le mouvement dans un champ uniforme et stationnaire (soit d'une barre en translation, soit d'un moment magnétique en rotation modélisé par un cadre rectangulaire).

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Actions d'un champ magnétique</b>	
Densité linéique de la force de Laplace dans le cas d'un élément de courant filiforme.  Résultante et puissance des forces de Laplace s'exerçant sur une barre conductrice en translation rectiligne sur deux rails parallèles (rails de Laplace) dans un champ magnétique extérieur uniforme, stationnaire et orthogonal à la barre.	Différencier le champ magnétique extérieur subi du champ magnétique propre créé par le courant filiforme.  Établir et connaître l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire.  Évaluer la puissance des forces de Laplace.
Couple et puissance des actions mécaniques de Laplace dans le cas d'une spire rectangulaire, parcourue par un courant, en rotation autour d'un axe de symétrie de la spire passant par les deux milieux de côtés opposés et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire orthogonal à l'axe.	Établir et connaître l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.
Action d'un champ magnétique extérieur uniforme sur un aimant. Positions d'équilibre et stabilité.	<b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour étudier l'action d'un champ magnétique uniforme sur une boussole.</b>
Effet moteur d'un champ magnétique tournant.	<b>Créer un champ magnétique tournant à l'aide de deux ou trois bobines et mettre en rotation une aiguille aimantée.</b>

Le **bloc 3. « Lois de l'induction »** repose sur la loi de Faraday  $e = -\frac{d\phi}{dt}$  qui se prête parfaitement à une introduction expérimentale et qui peut constituer un bel exemple d'illustration de l'histoire des sciences. On n'omettra pas, à ce sujet, d'évoquer les différents points de vue possibles sur le même phénomène selon le référentiel dans lequel on se place.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Lois de l'induction</b>	
<u>Flux d'un champ magnétique.</u>  Flux d'un champ magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté.	Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
<u>Loi de Faraday.</u>  Courant induit par le déplacement relatif d'une boucle conductrice par rapport à un aimant ou un circuit inducteur. Sens du courant induit.  Loi de modulation de Lenz.  Force électromotrice induite, loi de Faraday.	<b>Décrire, mettre en œuvre et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.</b>  Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.  Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'algèbrisation.

Le **bloc 4. « Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps »** aborde le phénomène d'auto-induction puis le couplage par mutuelle inductance entre deux circuits fixes. Elle traite du modèle du transformateur de tensions.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4. Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps</b>	
<u>Auto-induction.</u>  Flux propre et inductance propre.          Étude énergétique.	Différencier le flux propre des flux extérieurs.  Utiliser la loi de modulation de Lenz.  Évaluer et connaître l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur, le champ magnétique créé par une bobine infinie étant donné.  <b>Mesurer la valeur de l'inductance propre d'une bobine.</b>  Conduire un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.
<u>Cas de deux bobines en interaction.</u>  Inductance mutuelle entre deux bobines.	Déterminer l'inductance mutuelle entre deux bobines de même axe de grande longueur en « influence totale », le champ magnétique créé par une bobine infinie étant donné.

Circuits électriques à une maille couplés par le phénomène de mutuelle induction en régime sinusoïdal forcé.  Transformateur de tension.	Connaître des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.  Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents.  Établir la loi des tensions.
Étude énergétique.	Conduire un bilan de puissance et d'énergie.

Le **bloc 5. « Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire »** est centré sur la conversion de puissance. Des situations géométriques simples permettent de dégager les paramètres physiques pertinents afin de modéliser le principe d'un moteur à courant continu ou un dispositif de freinage, puis par adjonction d'une force de rappel un haut-parleur électrodynamique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire</b>	
<u>Conversion de puissance mécanique en puissance électrique.</u>  Rail de Laplace. Spire rectangulaire soumise à un champ magnétique extérieur uniforme et en rotation uniforme autour d'un axe fixe orthogonal au champ magnétique.  Freinage par induction	Interpréter qualitativement les phénomènes observés.  Écrire les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe.  Effectuer un bilan énergétique.  Connaître des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.  Expliquer l'origine des courants de Foucault et en connaître des exemples d'utilisation.  <b>Mettre en évidence qualitativement les courants de Foucault.</b>
<u>Conversion de puissance électrique en puissance mécanique</u>  Moteur à courant continu à entrefer plan.  Haut-parleur électrodynamique.	Analyser le fonctionnement du moteur à courant continu à entrefer plan en s'appuyant sur la configuration des rails de Laplace.  Citer des exemples d'utilisation du moteur à courant continu.  Expliquer le principe de fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique dans la configuration simplifiée des rails de Laplace.  Effectuer un bilan énergétique.

## Appendice 1 : matériel

Cette liste regroupe le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de cette liste lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

### 1. Domaine optique

- Goniomètre
- Viseur à frontale fixe
- Lunette auto-collimatrice
- Spectromètre à fibre optique
- Polariseur dichroïque
- Laser à gaz
- Lampes spectrales
- Source de lumière blanche à condenseur

### 2. Domaine électrique

- Oscilloscope numérique
- Carte d'acquisition et logiciel dédié
- Générateur de signaux Basse Fréquence
- Multimètre numérique
- Multiplieur analogique
- Émetteur et récepteur acoustique (domaine audible et domaine ultrasonore)

### 3. Domaines mécanique et thermodynamique

- Dynamomètre
- Capteur de pression
- Accéléromètre
- Stroboscope
- Webcam avec logiciel dédié
- Appareil photo numérique ou caméra numérique avec cadence de prise de vue supérieure à 100 images par seconde
- Thermomètre, thermocouple, thermistance, capteur infra-rouge
- Calorimètre

## Appendice 2 : outils mathématiques

L'utilisation d'outils mathématiques est indispensable en physique comme en chimie.

La capacité à mettre en œuvre de manière autonome certains de ces outils mathématiques dans le cadre des activités relevant de la physique-chimie fait partie des compétences exigibles à la fin de la première année de PCSI. Le tableau ci-dessous explicite ces outils ainsi que le niveau de maîtrise attendu en fin de première année. Il sera complété dans le programme de seconde année.

Cependant les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils numériques (calculatrices, logiciels de calcul numérique ou formel).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>1. Équations algébriques</b>	
Systèmes linéaires de $n$ équations à $p$ inconnues.	Identifier les variables (inconnues) nécessaires à la modélisation du problème sous forme d'un système d'équations linéaires.

	Donner l'expression formelle des solutions dans le seul cas $n = p = 2$ . Utiliser des outils numériques ou de calcul formel dans les autres cas.
Équations non linéaires	Représenter graphiquement une équation de la forme $f(x) = g(x)$ . Interpréter graphiquement la ou les solutions. Dans le cas général, résoudre à l'aide d'un outil numérique ou de calcul formel.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>2. Équations différentielles</b>	
Équations différentielles linéaires à coefficients constants.	Identifier l'ordre. Mettre l'équation sous forme canonique.
Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants : $y' + ay = f(x)$ .	Trouver la solution générale de l'équation sans second membre (équation homogène). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \cos(\omega x + \varphi)$ (en utilisant la notation complexe).
Équations différentielles linéaires du deuxième ordre à coefficients constants : $y'' + ay' + by = f(x)$ .	Utiliser l'équation caractéristique pour trouver la solution générale de l'équation sans second membre. Prévoir le caractère borné ou non de ses solutions (critère de stabilité). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \exp(\lambda x)$ avec $\lambda$ complexe. Trouver la solution de l'équation complète correspondant à des conditions initiales données. Représenter graphiquement cette solution.
Autres équations différentielles d'ordre 1 ou 2.	Intégrer numériquement avec un outil fourni. Obtenir une intégrale première d'une équation de Newton $x'' = f(x)$ et l'exploiter graphiquement. Séparer les variables d'une équation du premier ordre à variables séparables. Faire le lien entre les conditions initiales et le graphe de la solution correspondante.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>3. Fonctions</b>	
Fonctions usuelles.	Exponentielle, logarithme népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, puissance réelle ( $x \rightarrow x^a$ ), Cosinus hyperbolique et sinus hyperbolique (ces fonctions hyperboliques, non traitées dans le cours de mathématiques, sont introduites par le professeur de physique).
Dérivée. Notation $dx/dt$ .	Utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement.
Développements limités.	Connaître et utiliser les développements limités à l'ordre 1 des fonctions $(1 + x)^\alpha$ , $e^x$ et $\ln(1 + x)$ , et à

	l'ordre 2 des fonctions $\cos(x)$ et $\sin(x)$ .
Primitive et intégrale.  Valeur moyenne.	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales, en lien avec la méthode des rectangles en mathématiques.  Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions $\cos$ , $\sin$ , $\cos^2$ et $\sin^2$ .
Représentation graphique d'une fonction.	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation $y = f(x)$ donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum local. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance à une droite en échelle log-log.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier <u>fourni</u> par un formulaire (cette capacité est développée par le professeur de physique, la notion de série de Fourier n'étant pas abordée dans le cours de mathématiques).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>4. Géométrie</b>	
Vecteurs et système de coordonnées.	Exprimer les coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée d'un espace de dimension inférieure ou égale à 3. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.
Projection d'un vecteur et produit scalaire.	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire.
Produit vectoriel.	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres.  Ces capacités sont développées par le professeur de physique, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Transformations géométriques.	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations de l'espace. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace.  Ces capacités sont développées par le professeur de physique, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Courbes planes.	Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite, d'un cercle, d'une ellipse, d'une branche d'hyperbole, d'une parabole (concernant les coniques, cette capacité est développée par le professeur de physique, l'étude des coniques

Courbes planes paramétrées.	<p>n'étant pas traitée en mathématiques).</p> <p>Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé ; interpréter l'existence de points limites ou d'asymptotes à partir de l'équation <math>r = f(\theta)</math>.</p> <p>Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur. Identifier une ellipse à l'aide de sa représentation paramétrique (<math>x = a.\cos(\omega t)</math>, <math>y = b.\cos(\omega t - \varphi)</math>) et la tracer dans les cas particuliers <math>\varphi = 0</math>, <math>\varphi = \pi/2</math> et <math>\varphi = \pi</math>.</p>
Longueurs, aires et volumes classiques.	Connaître les expressions du périmètre d'un cercle, de l'aire d'un disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
Barycentre d'un système de points.	Connaître la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène. (cette capacité sera développée par le professeur de physique, l'étude du barycentre n'étant pas traitée en mathématiques).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>5. Trigonométrie</b>	
Angle orienté.	Définir une convention d'orientation des angles d'un plan (euclidien) et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles d'un plan perpendiculaire à cet axe.
Fonctions cosinus, sinus et tangente.	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire: relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ , relations entre fonctions trigonométriques et toutes relations du type $\cos(\pi \pm x)$ et $\cos(\frac{\pi}{2} \pm x)$ , parités, périodicité, valeurs des fonctions pour les angles usuels.  Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes.	Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>6. Analyse vectorielle</b>	
Gradient d'un champ scalaire.	Connaître le lien entre le gradient et la différentielle. Connaître l'expression de la différentielle en fonction des dérivées partielles. Connaître l'expression du gradient en coordonnées cartésiennes ; utiliser un formulaire fourni en

	<p>coordonnées cylindriques ou sphériques. Utiliser le fait que le gradient d'une fonction <math>f</math> est perpendiculaire aux surfaces iso-<math>f</math> et orienté dans le sens des valeurs de <math>f</math> croissantes.</p>
--	--

Ces capacités sont développées par le professeur de physique, la notion de différentielle n'étant pas abordée en mathématiques.



# Annexe 2b

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

---

**Filière : scientifique**

---

**Voie : Physique, chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI)**

---

**Discipline : Chimie**

**Première année**

# Programme de Chimie de la voie PCSI

Le programme de chimie de la classe de PCSI s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.

A travers l'enseignement de la chimie, il s'agit de renforcer chez l'étudiant les compétences inhérentes à la pratique de la démarche scientifique et de ses grandes étapes : observer et mesurer, comprendre et modéliser, agir pour créer, pour produire, pour appliquer cette science aux réalisations humaines. Ces compétences ne sauraient être opérationnelles sans connaissances, ni savoir-faire ou capacités. C'est pourquoi ce programme définit un socle de connaissances et de capacités, conçu pour être accessible à tous les étudiants, en organisant de façon progressive leur introduction au cours de la première année. L'acquisition de ce socle par les étudiants constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Parce que la chimie est avant tout une science expérimentale, parce que l'expérience intervient dans chacune des étapes de la démarche scientifique, parce qu'une démarche scientifique rigoureuse développe l'observation, l'investigation, la créativité et l'analyse critique, l'expérience est mise au cœur de l'enseignement de la discipline, en cours et lors des séances de travaux pratiques. Les activités expérimentales répondent à la nécessité de se confronter au réel, nécessité que l'ingénieur, le chercheur, le scientifique auront inévitablement à prendre en compte dans l'exercice de leur activité.

Pour acquérir sa validité, l'expérience nécessite le support d'un modèle. La notion même de modèle est centrale pour la discipline. Par conséquent modéliser est une compétence essentielle développée en PCSI. Pour apprendre à l'étudiant à modéliser de façon autonome, il convient de lui faire découvrir les différentes facettes de la chimie, qui toutes peuvent le guider dans l'interprétation et la compréhension des phénomènes. Ainsi le professeur doit rechercher un point d'équilibre entre des approches complémentaires, conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

La construction d'un modèle passe par l'utilisation nécessaire des mathématiques, symboles et méthodes, dont le fondateur de la physique expérimentale, Galilée, énonçait déjà qu'elles sont le langage dans lequel est écrit le monde. Si les mathématiques sont un outil puissant de modélisation, que l'étudiant doit maîtriser, elles sont parfois plus contraignantes lorsqu'il s'agit d'en extraire une solution. L'évolution des techniques permet désormais d'utiliser aussi l'approche numérique afin de faire porter prioritairement l'attention des étudiants sur l'interprétation et la discussion des résultats plutôt que sur une technique d'obtention. Cette approche permet en outre une modélisation plus fine du monde réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est aussi l'occasion pour l'étudiant d'exploiter les compétences acquises en informatique. C'est enfin l'opportunité de mener avec le professeur de mathématiques d'éventuelles démarches collaboratives.

Enfin l'autonomie de l'étudiant et la prise d'initiative sont développées à travers la pratique d'activités du type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à un questionnement ou atteindre un but.

Le programme est organisé en trois parties :

1. dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer à travers certaines de ces composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problème. Ces compétences et

les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la première année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Elles continueront à l'être en deuxième année. Leur acquisition doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.

2. dans la deuxième partie, intitulée « **formation expérimentale** », sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues.
3. dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux **contenus disciplinaires**. Elles sont organisées en deux colonnes : à la première colonne « notions et contenus » correspond une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise. Elle est organisée sur deux semestres. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre. La progression dans les contenus disciplinaires est organisée en deux semestres. Certains items de cette troisième partie, **identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche numérique ou d'une approche documentaire.

Deux appendices sont consacrés aux types de matériel et aux outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de chimie en fin de l'année de PCSI.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. Comme le rappellent les programmes du lycée, la liberté pédagogique de l'enseignant est le pendant de la liberté scientifique du chercheur.

Dans le cadre de cette liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées. L'enseignant peut ainsi avoir intérêt à mettre son enseignement « en culture » si cela rend sa démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.
- il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en chimie doit être articulée avec celles mise en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique, physique, sciences industrielles.

# Démarche scientifique

## 1. Démarche expérimentale

La chimie est une science à la fois théorique et expérimentale. Ces deux composantes de la démarche scientifique s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de son enseignement. Ce programme fait donc une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'importance du volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences générales spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure et des incertitudes et de savoir-faire techniques. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- le second concerne l'identification, dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques durant lesquelles l'autonomie et l'initiative de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, répondent donc à des objectifs différents :

- les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la chimie (évolution, équilibre, relation structure-propriétés, ...).
- les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, associée à une problématique clairement identifiée, et si possible transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et des incertitudes, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la quantification des grandeurs physiques et chimiques les plus souvent mesurées. Ces activités expérimentales visent à développer l'autonomie et l'initiative, qualités indispensables à l'exercice du métier d'ingénieur ou de chercheur.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Cette liste est délibérément placée en appendice du programme. L'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des savoir-faire techniques associés est ainsi explicitement exclue.

### Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en CPGE mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de ces compétences ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de celles-ci lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.)

Compétence	Exemples de capacités associées
<b>S'approprier</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale</li> <li>- énoncer une problématique d'approche expérimentale</li> <li>- définir des objectifs correspondants</li> </ul>
<b>Analyser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- formuler et échanger des hypothèses</li> <li>- proposer une stratégie pour répondre à la problématique</li> <li>- proposer un modèle associé</li> <li>- choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental</li> <li>- évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations</li> </ul>
<b>Réaliser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- mettre en œuvre un protocole</li> <li>- utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel</li> <li>- mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates</li> <li>- effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales</li> </ul>
<b>Valider</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes</li> <li>- confronter un modèle à des résultats expérimentaux</li> <li>- confirmer ou infirmer une hypothèse, une information</li> <li>- analyser les résultats de manière critique</li> <li>- proposer des améliorations de la démarche ou du modèle</li> </ul>
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- à l'écrit comme à l'oral : <ul style="list-style-type: none"> <li>o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible</li> <li>o utiliser un vocabulaire scientifique adapté</li> <li>o s'appuyer sur des schémas, des graphes</li> </ul> </li> <li>- faire preuve d'écoute, confronter son point de vue</li> </ul>
<b>Être autonome, faire preuve d'initiative</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- travailler seul ou en équipe</li> <li>- solliciter une aide de manière pertinente</li> <li>- s'impliquer, prendre des décisions, anticiper</li> </ul>

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** » est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

## 2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problème » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis,

mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problème permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problème. La résolution de problème mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

<b>Compétence</b>	<b>Exemples de capacités associées</b>
<b>S'approprier le problème.</b>	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ....
<b>Etablir une stratégie de résolution (analyser).</b>	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. .....
<b>Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).</b>	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. ...
<b>Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).</b>	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, ...). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue. ...
<b>Communiquer</b>	Présenter la solution, ou la rédiger, en expliquant le raisonnement et les résultats.

### 3. Approches documentaires

Dans un monde où le volume d'informations disponibles rend en pratique difficile l'accès raisonné à la connaissance, il importe de continuer le travail commencé au collège et au lycée sur la recherche, l'extraction et l'organisation de l'information. L'objectif reste de permettre l'accès à la connaissance en

toute autonomie avec la prise de conscience de l'existence d'un continuum de niveaux de compétence sur un domaine donné, de la méconnaissance (et donc la découverte) à la maîtrise totale.

Le programme de physique-chimie prévoit qu'un certain nombre de rubriques, identifiées dans la colonne capacités exigibles relèvent d'une « **approche documentaire** ». L'objectif est double ; il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver différemment en utilisant des documents au support varié (texte, vidéo, photo...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (grandes idées, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs) dans les domaines de la physique et de la chimie du XX<sup>ème</sup> et XXI<sup>ème</sup> siècle et de leurs applications.

Ces approches documentaires sont aussi l'occasion d'apporter des éléments de compréhension de la construction du « savoir scientifique » (histoire des sciences, débats d'idées, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux, ...). Elles doivent permettre de développer des compétences d'analyse et de synthèse. Sans que cette liste de pratiques soit exhaustive on pourra, par exemple, travailler sur un document extrait directement d'un article de revue scientifique, sur une vidéo, une photo ou sur un document produit par le professeur ; il est également envisageable de demander aux élèves de chercher eux-mêmes des informations sur un thème donné ; ce travail pourra se faire sous forme d'analyse de documents dont les résultats seront présentés aussi bien à l'écrit qu'à l'oral.

Quelle que soit la façon d'aborder ces approches documentaires, le rôle du professeur est de travailler à un niveau adapté à sa classe et d'assurer une synthèse de ce qu'il convient de retenir. Elles doivent être en cohérence avec le socle du programme. Elles peuvent être l'occasion d'acquérir de nouvelles connaissances ou d'approcher de nouveaux modèles mais il faut proscrire toute dérive en particulier calculatoire.

## Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la formation expérimentale lors des séances de travaux pratiques, vient compléter la liste des thèmes d'étude – en gras dans la partie « contenus disciplinaires » – à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie.

D'une part, elle précise les connaissances et savoir-faire qui doivent être acquis dans le domaine de la **mesure** et de l'évaluation des **incertitudes**, dans la continuité de la nouvelle épreuve d'Évaluation des Compétences Expérimentales (ECE) de Terminale S, avec cependant un niveau d'exigence plus élevé qui correspond à celui des deux premières années d'enseignement supérieur.

D'autre part, elle présente de façon détaillée l'ensemble des **capacités expérimentales** relatives au programme de première année PCSI, dont l'acquisition et la pratique en autonomie par les étudiants ne doit s'entendre qu'à l'issue des deux années de formation en CPGE.

Une liste de matériels, que les étudiants doivent savoir utiliser avec éventuellement l'aide d'une notice succincte, figure en appendice du présent programme.

### 1. Mesures et incertitudes

L'importance de la composante expérimentale de la formation des étudiants des CPGE scientifiques est réaffirmée. Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les élèves doivent posséder de solides connaissances et savoir-faire dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont au moment de l'analyse du protocole, du choix des instruments de mesure..., qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus.

Les notions explicitées ci-dessous sur le thème « mesures et incertitudes » s'inscrivent dans la continuité de celles abordées dans les programmes du cycle terminal des filières S, STI2D et STL du lycée. Les objectifs sont identiques, certains aspects sont approfondis : utilisation du vocabulaire de base de la métrologie, connaissance de la loi des incertitudes composées, ... ; une première approche

sur la validation d'une loi physique est proposée. Les capacités identifiées sont abordées dès la première année et doivent être maîtrisées à l'issue des deux années de formation. Les activités expérimentales permettent de les introduire et de les acquérir de manière progressive et authentique. Elles doivent régulièrement faire l'objet d'un apprentissage intégré et d'une évaluation.

Les élèves doivent avoir conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, en connaître les origines, et comprendre et s'approprier ainsi les objectifs visés par l'évaluation des incertitudes. Les compétences acquises pourront être réinvesties dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur.	<p>Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique.</p> <p>Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.</p>
<p>Notion d'incertitude, incertitude-type.</p> <p>Évaluation d'une incertitude-type.</p> <p>Incertitude-type composée.</p> <p>Incertitude élargie.</p>	<p>Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.</p> <p>Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité).</p> <p>Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur (résistance, multimètre, oscilloscope, thermomètre, verrerie...).</p> <p>Évaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes dans les cas simples d'une expression de la valeur mesurée sous la forme d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient ou bien à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel.</p> <p>Comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreurs.</p> <p>Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.</p>
<p>Présentation d'un résultat expérimental.</p> <p>Acceptabilité du résultat et analyse du mesurage (ou processus de mesure).</p>	<p>Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance.</p> <p>Commenter qualitativement le résultat d'une mesure en le comparant, par exemple, à une valeur de référence.</p> <p>Analyser les sources d'erreurs et proposer des améliorations du processus de mesure.</p>

Vérification d'une loi physique ou validation d'un modèle ; ajustement de données expérimentales à l'aide d'une fonction de référence modélisant le phénomène.	Utiliser un logiciel de régression linéaire.  Connaître la signification du coefficient de corrélation.  Juger qualitativement si des données expérimentales avec incertitudes sont en accord avec un modèle linéaire.  Extraire à l'aide d'un logiciel les incertitudes sur la pente et sur l'ordonnée à l'origine dans le cas de données en accord avec un modèle linéaire.
--	---

## 2 . Mesures et capacités expérimentales

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les étudiants doivent avoir acquises, durant les séances de travaux pratiques, à l'issue des deux années. Une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes – repérés en gras dans le corps du programme – peuvent servir à définir.

Les capacités rassemblées ici ne constituent donc en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'organiseraient autour d'une découverte du matériel : par exemple, toutes les capacités mises en œuvre autour d'un appareil de mesure ne sauraient être l'objectif unique d'une séance, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion de l'étude d'un problème concret.

Les différentes capacités à acquérir sont, pour plus de clarté, regroupées en quatre domaines en chimie, les deux premiers étant davantage transversaux :

1. Prévention du risque au laboratoire de chimie
2. Mesures de grandeurs physiques
3. Synthèses organiques et inorganiques
4. Analyses qualitatives et quantitatives

Cela ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul domaine. En effet, lors de la mise en œuvre d'une synthèse au laboratoire, il peut être utile de procéder à une analyse du produit formé ou à une mesure de grandeur physique caractéristique et, bien entendu, il est indispensable de prendre en compte les consignes de sécurité. Il convient également de favoriser l'autonomie et la prise d'initiative décrites dans la partie « Compétences expérimentales ».

Le matériel nécessaire à l'acquisition de l'ensemble des capacités ci-dessous figure dans l'**Appendice 1** du programme.

### 1. Prévention du risque au laboratoire de chimie

Les élèves doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité leur permettent de prévenir et de minimiser ce risque. Futurs ingénieurs, chercheurs, enseignants, ils doivent être sensibilisés au respect de la législation et à l'impact de leur activité sur l'environnement.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Prévention du risque chimique</b> Règles de sécurité au laboratoire. Pictogrammes de sécurité pour les produits chimiques. Phrases H et P.	Adopter une attitude adaptée au travail en laboratoire. Relever les indications sur le risque associé au prélèvement et au mélange des produits chimiques . Développer une attitude autonome dans la

	prévention des risques.
<b>2. Impact environnemental</b> Traitement et rejet des espèces chimiques.	Adapter le mode d'élimination d'une espèce chimique ou d'un mélange en fonction des informations recueillies sur la toxicité ou les risques. Sélectionner, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.

## 2. Mesures de grandeurs physiques

Notions et contenus	Capacités exigibles
Mesures de : - Volume  - Masse  - pH  - Conductance et conductivité  - Tension  - Température  - Pouvoir rotatoire  - Indice de réfraction  - Absorbance	Sélectionner et utiliser le matériel adapté à la précision requise.  Préparer une solution aqueuse de concentration donnée à partir d'un solide, d'un liquide, d'une solution de concentration molaire connue ou d'une solution de titre massique et de densité connus.  Utiliser les méthodes et le matériel adéquats pour transférer l'intégralité du solide ou du liquide pesé.  Distinguer les instruments de verrerie In et Ex.  Utiliser les appareils de mesure (masse, pH, conductance, tension, température, indice de réfraction, absorbance) en s'aidant d'une notice.  Étalonner une chaîne de mesure si nécessaire.

## 3. Synthèses organiques et inorganiques

À l'issue des deux années de formation, l'élève devra :

- maîtriser expérimentalement les différentes techniques mises en œuvre dans les synthèses : réalisation des montages et utilisation des appareillages ;
- connaître les fondements théoriques de ces techniques, en lien avec les propriétés physico-chimiques concernées (à l'exception des spectroscopies d'absorption IR et de RMN) ;
- être capable de proposer des stratégies de transformation des réactifs, de séparation et de purification des produits synthétisés.

Les différentes techniques utilisées permettent de réaliser les opérations de :

- chauffage et refroidissement ;
- séparation et purification : extraction liquide-liquide ou liquide-solide, filtrations, séchage d'un liquide ou d'un solide, distillations sous pression ambiante et sous pression réduite (cette dernière étant strictement limitée à l'usage de l'évaporateur rotatif), recristallisation.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Transformation chimique</b>  Transformations à chaud, à froid, à température ambiante.  Contrôle et régulation de la température du milieu réactionnel.	Choisir la verrerie adaptée à la transformation réalisée et aux conditions opératoires mises en œuvre. Réaliser le ou les montages appropriés et en expliquer le principe et l'intérêt. Choisir ou justifier l'ordre d'introduction des réactifs. Réaliser et réguler une addition au goutte à goutte. Utiliser le moyen de chauffage ou de

Suivi de l'évolution de la transformation.	<p>refroidissement adéquat. Suivre et contrôler l'évolution de la température dans le réacteur. Choisir un moyen approprié pour réguler une éventuelle ébullition. Utiliser un réfrigérant à reflux, contrôler et réguler le reflux.</p> <p>Mettre en œuvre des méthodes permettant de suivre qualitativement ou quantitativement l'avancement de la transformation.</p>
<p><b>Séparation et purification</b></p> <p>Séparation de deux liquides non miscibles.</p> <p>Séparation de deux espèces dissoutes dans une phase liquide.</p> <p>Distillations</p> <p>Séparation d'un liquide et d'un solide</p> <p>Lavage d'un solide</p> <p>Recristallisation d'un solide</p> <p>Séchage d'un solide</p> <p>Séchage d'un liquide</p> <p>Rendement</p>	<p>Choisir ou justifier un protocole de séparation ou de purification d'un produit, sur la base de données fournies ou issues d'observations et/ou de mesures expérimentales. Réaliser une extraction liquide-liquide. Identifier la nature des phases dans une ampoule à décanter. Distinguer extraction et lavage d'une phase.</p> <p>Élaborer et mettre en œuvre un protocole de séparation de deux espèces dissoutes dans une phase liquide.</p> <p>Mettre en œuvre différents types de distillation. Choisir ou proposer la méthode la plus adaptée au système étudié. Expliquer l'intérêt de l'évaporateur rotatif. Réaliser et mettre en œuvre une filtration simple, une filtration sous pression réduite. Choisir et justifier la méthode de filtration adaptée au système étudié. Réaliser et justifier les différentes étapes du lavage d'un solide : ajout du solvant de lavage froid ou saturé, trituration, essorage.</p> <p>Expliquer et mettre en œuvre la technique de recristallisation. Justifier à l'aide de données pertinentes et/ou par l'observation le choix d'un solvant de recristallisation et la quantité mise en œuvre. Mettre en œuvre « une pesée à masse constante » d'un solide humide. Choisir un desséchant solide et estimer correctement par l'observation la quantité à utiliser.</p> <p>À partir d'une mesure appropriée, déterminer le rendement d'une synthèse, d'une méthode de séparation.</p>

#### 4. Analyses qualitatives et quantitatives

On distinguera la caractérisation, le contrôle de pureté et le dosage d'une espèce chimique.

À l'issue des deux années de formation, l'élève devra :

- maîtriser les différentes techniques expérimentales mises en œuvre lors des analyses qualitatives

- et quantitatives ;
- être capable de proposer une stratégie de mesures de concentrations ou de quantités de matière, une méthode de caractérisation d'un composé, tenant compte des propriétés physico-chimiques du système étudié ;
- distinguer les méthodes d'analyse destructives et non destructives.

Les techniques utilisées lors des analyses quantitatives sont les suivantes :

- pH-métrie
- Conductimétrie
- Potentiométrie à intensité nulle
- Spectrophotométrie UV-visible
- Polarimétrie
- Réfractométrie
- Chromatographie sur couche mince

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>1. Caractérisation d'un composé et contrôle de sa pureté</b></p> <p>Chromatographies sur couche mince.</p> <p>Tests de reconnaissance ; témoin.</p> <p>Détermination expérimentale de grandeurs physiques ou spectroscopiques caractéristiques du composé (les principes théoriques de la RMN et de la spectroscopie d'absorption IR sont hors programme).</p>	<p>Mettre en œuvre une chromatographie sur couche mince. Justifier la méthode de révélation utilisée.</p> <p>Interpréter l'ordre d'éluion des différents composés en relation avec leurs propriétés physico-chimiques et les caractéristiques de la phase stationnaire et de l'éluant.</p> <p>Proposer à partir d'une banque de données et mettre en œuvre un test de reconnaissance pour identifier une espèce chimique présente (ou susceptible de l'être) dans un système.</p> <p>Extraire d'une banque de données des informations sur les propriétés physiques des produits.</p> <p>Relever la température d'un palier de distillation.</p> <p>Mesurer une température de fusion.</p> <p>Mesurer un indice de réfraction.</p> <p>Mesurer un pouvoir rotatoire.</p> <p>Comparer les données tabulées aux valeurs mesurées et interpréter d'éventuels écarts.</p> <p>Comparer les caractéristiques d'un produit synthétisé avec celles du produit commercial.</p>
<p><b>2. Dosages par étalonnage</b></p>	<p>Déterminer une concentration en exploitant la mesure de grandeurs physiques caractéristiques du composé ou en construisant et en utilisant une courbe d'étalonnage.</p> <p>Pratiquer une démarche expérimentale pour déterminer une concentration ou une quantité de matière par spectrophotométrie UV-Visible.</p>
<p><b>3. Dosages par titrage</b></p> <p>Titrages directs, indirects.</p> <p>Équivalence.</p> <p>Titrages simples, successifs, simultanés.</p> <p>Méthodes expérimentales de suivi d'un titrage : pH-métrie, conductimétrie, potentiométrie à</p>	<p>Identifier et exploiter la réaction support du titrage (recenser les espèces présentes dans le milieu au cours du titrage, repérer l'équivalence, justifier qualitativement l'allure de la courbe ou le changement de couleur observé).</p> <p>Proposer ou justifier le protocole d'un titrage à l'aide de données fournies ou à rechercher.</p>

<p>intensité nulle, indicateurs colorés de fin de titrage.</p> <p>Méthodes d'exploitation des courbes expérimentales.</p>	<p>Mettre en œuvre un protocole expérimental correspondant à un titrage direct ou indirect.</p> <p>Choisir et utiliser un indicateur coloré de fin de titrage.</p> <p>Exploiter une courbe de titrage pour déterminer le titre en espèce dosée.</p> <p>Exploiter une courbe de titrage pour déterminer une valeur expérimentale d'une constante thermodynamique d'équilibre.</p> <p>Utiliser un logiciel de simulation pour déterminer des courbes de répartitions et confronter la courbe de titrage simulée à la courbe expérimentale.</p> <p>Justifier la nécessité de faire un titrage indirect.</p> <p>Distinguer l'équivalence et le virage d'un indicateur coloré de fin de titrage.</p> <p>Déterminer les conditions optimales qui permettent à l'équivalence et au repérage de la fin du titrage de coïncider.</p>
<p><b>4. Suivi cinétique de transformations chimiques</b></p> <p>Suivi en continu d'une grandeur physique.</p> <p>Limitation de l'évolution temporelle (trempe) d'un système par dilution, transformation chimique ou refroidissement.</p> <p>Régulation de la température.</p>	<p>Choisir une méthode de suivi tenant compte de la facilité de mise en œuvre, des propriétés des composés étudiés, du temps de réaction estimé ou fourni.</p> <p>Exploiter les résultats d'un suivi temporel de concentration pour déterminer les caractéristiques cinétiques d'une réaction.</p> <p>Proposer et mettre en œuvre des conditions expérimentales permettant la simplification de la loi de vitesse.</p> <p>Déterminer la valeur d'une énergie d'activation.</p>

### Utilisation de l'outil informatique

L'outil informatique sera utilisé, par exemple :

- dans le domaine de la simulation : pour interpréter et anticiper des résultats ou des phénomènes chimiques, pour comparer des résultats obtenus expérimentalement à ceux fournis par un modèle et pour visualiser des modèles de description de la matière ;  
Les domaines d'activités qui se prêtent particulièrement à la simulation sont les titrages en solution aqueuse, la cristallographie, la modélisation moléculaire, la cinétique chimique. Cette liste n'est bien entendu pas exhaustive et l'usage de toutes les animations numériques qui facilitent l'apprentissage est recommandé ;
- pour l'acquisition de données, en utilisant un appareil de mesure interfacé avec l'ordinateur.
- pour la saisie et le traitement de données à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel dédié.

## Contenus disciplinaires

L'organisation des modules par semestre se fait comme suit :

### Premier semestre PCSI

#### I. Transformation de la matière

##### 1. Description et évolution d'un système vers un état final

2. Évolution temporelle d'un système et mécanismes réactionnels
- II. Architecture de la matière
1. Classification périodique des éléments et électronégativité
  2. Molécules et solvants
- III. Structure, réactivité et transformations en chimie organique 1

### Deuxième semestre PCSI-PC

- IV. Architecture de la matière condensée : solides cristallins
- V. Transformations chimiques en solutions aqueuses
- VI. Réactivité et transformations en chimie organique 2

### Deuxième semestre PCSI-PSI

- IV. Architecture de la matière condensée : solides cristallins
- V. Transformations chimiques en solutions aqueuses

## Premier Semestre

### I. Transformation de la matière

La chimie est une science de la nature, science de la matière et de sa transformation.

Les différents états de la matière et les différents types de transformation de la matière ont déjà été en partie étudiés dans le parcours antérieur de l'élève, au collège et au lycée. Il s'agit de réactiver et de compléter ces connaissances déjà acquises, afin d'amener les élèves à les mobiliser de manière autonome pour décrire, au niveau macroscopique, un système physico-chimique et son évolution. Dans ce cadre, l'étude quantitative de l'état final d'un système en transformation chimique est réalisée à partir d'une seule réaction chimique symbolisée par une équation de réaction à laquelle est associée une constante thermodynamique d'équilibre. L'objectif visé est la prévision du sens d'évolution de systèmes homogènes ou hétérogènes et la détermination de leur composition dans l'état final ; on s'appuiera sur des exemples variés de transformations chimiques rencontrées dans la vie courante, au laboratoire, dans le monde du vivant ou en milieu industriel. Les compétences relatives à cette partie du programme seront ensuite mobilisées régulièrement au cours de l'année, plus particulièrement au second semestre lors des transformations en solution aqueuse, et en seconde année, notamment dans le cadre de la partie thermodynamique chimique. Dans un souci de continuité de formation, les acquis du lycée concernant les réactions acido-basiques et d'oxydo-réduction, la conductimétrie, la pH-métrie et les spectroscopies sont réinvestis lors des démarches expérimentales.

L'importance du facteur temporel dans la description de l'évolution d'un système chimique apparaît dans l'observation du monde qui nous entoure et a déjà fait l'objet d'une première approche expérimentale en classe de Terminale, permettant de dégager les différents facteurs cinétiques que sont les concentrations, la présence ou non d'un catalyseur et la température. La prise de conscience de la nécessité de modéliser cette évolution temporelle des systèmes chimiques est naturelle. Si la réaction chimique admet un ordre, le suivi temporel de la transformation chimique doit permettre l'établissement de sa loi de vitesse. Cette détermination fait appel à la méthode différentielle voire à la méthode intégrale, pour l'exploitation de mesures expérimentales d'absorbance ou de conductivité du milieu réactionnel par exemple, dans le cadre d'un réacteur fermé parfaitement agité. Les équations différentielles étant abordées pour la première fois en PCSI, il est recommandé de travailler en étroite collaboration avec le professeur de mathématiques et d'avoir en chimie des exigences progressives dans la maîtrise de cet outil.

La modélisation au niveau microscopique d'une transformation chimique par un mécanisme réactionnel complète l'étude cinétique macroscopique de la réaction chimique et permet d'aborder la notion de catalyse ; des exemples de catalyses homogènes, hétérogènes et enzymatiques seront rencontrés tout au long de la formation.

Une ouverture à la cinétique en réacteur ouvert, dans un cadre très limité, permet en complément

d'appréhender la différence d'approche à l'échelle industrielle et de montrer l'utilité d'un tel dispositif pour la détermination expérimentale de la loi de vitesse.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- faire preuve de rigueur dans la description d'un système physico-chimique ;
- distinguer modélisation d'une transformation (écriture de l'équation de réaction) et description quantitative de l'évolution d'un système prenant en compte les conditions expérimentales choisies pour réaliser la transformation ;
- exploiter les outils de description des systèmes chimiques pour modéliser leur évolution temporelle ;
- proposer des approximations simplifiant l'exploitation quantitative de données expérimentales et en vérifier la pertinence ;
- confronter un modèle mathématique avec des mesures expérimentales.

## 1 – Description d'un système et évolution vers un état final

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>États physiques et transformations de la matière</b>	
<p>États de la matière : gaz, liquide, solide cristallin, solide amorphe et solide semi-cristallin, variétés allotropiques</p> <p>Notion de phase.</p> <p>Transformations physique, chimique, nucléaire.</p> <p>Les transformations physiques: diagramme d'état (<math>P</math>, <math>T</math>).</p>	<p>Reconnaître la nature d'une transformation.</p> <p>Déterminer l'état physique d'une espèce chimique pour des conditions expérimentales données de <math>P</math> et <math>T</math>.</p> <p><b>Approche documentaire</b> : à partir de documents, analyser le rôle des fluides supercritiques en génie des procédés dans le cadre d'une chimie respectueuse de l'environnement.</p>
<b>Système physico-chimique</b>	
<p>Constituants physico-chimiques.</p> <p>Corps purs et mélanges : concentration molaire, fraction molaire, pression partielle.</p> <p>Composition d'un système physico-chimique.</p>	<p>Recenser les constituants physico-chimiques présents dans un système.</p> <p>Décrire la composition d'un système à l'aide des grandeurs physiques pertinentes.</p>
<b>Transformation chimique</b>	
<p>Modélisation d'une transformation par une ou plusieurs réactions chimiques.</p> <p>Équation de réaction ; constante thermodynamique d'équilibre.</p> <p>Évolution d'un système lors d'une transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique : avancement, activité, quotient réactionnel, critère d'évolution.</p>	<p>Écrire l'équation de la réaction qui modélise une transformation chimique donnée.</p> <p><b>Déterminer une constante d'équilibre.</b></p> <p>Décrire qualitativement et quantitativement un système chimique dans l'état initial ou dans un état d'avancement quelconque.</p> <p>Exprimer l'activité d'une espèce chimique pure ou dans un mélange dans le cas de solutions aqueuses très diluées ou de mélanges de gaz parfaits avec référence à l'état standard.</p> <p>Exprimer le quotient réactionnel.</p> <p>Prévoir le sens de l'évolution spontanée d'un système chimique.</p>

Composition chimique du système dans l'état final : état d'équilibre chimique, transformation totale.

Identifier un état d'équilibre chimique.  
Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.

## 2 – Évolution temporelle d'un système chimique et mécanismes réactionnels

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>En réacteur fermé de composition uniforme</b>	
<p>Vitesses de disparition d'un réactif et de formation d'un produit. Vitesse de réaction pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique. Lois de vitesse : réactions sans ordre, réactions avec ordre simple (0, 1, 2), ordre global, ordre apparent.</p> <p>Temps de demi-réaction. Temps de demi-vie d'un nucléide radioactif.</p> <p>Loi empirique d'Arrhenius ; énergie d'activation</p>	<p><b>Déterminer l'influence d'un paramètre sur la vitesse d'une réaction chimique.</b></p> <p>Relier la vitesse de réaction, dans les cas où elle est définie, à la vitesse de disparition d'un réactif ou de formation d'un produit.</p> <p><b>Établir une loi de vitesse à partir du suivi temporel d'une grandeur physique.</b></p> <p>Exprimer la loi de vitesse si la réaction chimique admet un ordre et déterminer la valeur de la constante cinétique à une température donnée. Déterminer la vitesse de réaction à différentes dates en utilisant une méthode numérique ou graphique. Déterminer un ordre de réaction à l'aide de la méthode différentielle ou à l'aide des temps de demi-réaction. Confirmer la valeur d'un ordre par la méthode intégrale, en se limitant strictement à une décomposition d'ordre 0, 1 ou 2 d'un unique réactif, ou se ramenant à un tel cas par dégénérescence de l'ordre ou conditions initiales stœchiométriques.</p> <p><b>Approche documentaire</b> : à partir de documents autour des radionucléides, aborder par exemple les problématiques liées à leur utilisation, leur stockage ou leur retraitement.</p> <p><b>Déterminer l'énergie d'activation d'une réaction chimique.</b> Déterminer la valeur de l'énergie d'activation d'une réaction chimique à partir de valeurs de la constante cinétique à différentes températures.</p>
<b>Mécanismes réactionnels</b>	
<p>Actes élémentaires, molécularité, intermédiaire réactionnel, état de transition.</p> <p>Mécanismes limites des substitutions nucléophiles aliphatiques.</p>	<p>Distinguer l'équation chimique symbolisant une réaction chimique de l'équation traduisant un acte élémentaire.</p> <p>Distinguer un intermédiaire réactionnel d'un complexe activé (état de transition). Exprimer la loi de vitesse d'un acte élémentaire. Tracer un profil énergétique correspondant à un acte élémentaire ou à plusieurs actes</p>

<p>Interprétation du rôle du catalyseur.</p> <p>Étape cinétiquement déterminante, approximation de l'état quasi-stationnaire (AEQS).</p>	<p>élémentaires successifs.</p> <p>Reconnaître un effet catalytique dans un mécanisme réactionnel.</p> <p><b>Approche numérique</b> : utiliser les résultats d'une méthode numérique pour mettre en évidence les approximations de l'étape cinétiquement déterminante ou de l'état quasi-stationnaire.</p> <p>Reconnaître les conditions d'utilisation de l'approximation de l'étape cinétiquement déterminante ou de l'état quasi-stationnaire.</p> <p>Établir la loi de vitesse de disparition d'un réactif ou de formation d'un produit à partir d'un mécanisme réactionnel simple en utilisant éventuellement les approximations classiques.</p>
<p><b>Approche de la cinétique en réacteur ouvert</b></p>	
<p>Réacteur ouvert parfaitement agité continu fonctionnant en régime permanent, dans le cas où les débits volumiques d'entrée et de sortie sont égaux.</p> <p>Temps de passage.</p>	<p>Exprimer la vitesse de disparition d'un réactif ou de formation d'un produit à l'aide d'un bilan de matière instantané.</p> <p>Établir la loi de vitesse à partir de mesures fournies.</p>

## II. Architecture de la matière

Décrivant la matière au niveau macroscopique par des espèces chimiques aux propriétés physiques et chimiques caractéristiques, le chimiste la modélise au niveau microscopique par des entités chimiques dont la structure électronique permet de rendre compte et de prévoir diverses propriétés.

L'étude proposée dans cette partie du programme est centrée sur la classification périodique des éléments, outil essentiel du chimiste, dans l'objectif de développer les compétences relatives à son utilisation : extraction des informations qu'elle contient, prévision de la réactivité des corps simples, prévision de la nature des liaisons chimiques dans les corps composés, etc. En première année, on se limite aux principales caractéristiques de la liaison chimique, à l'exclusion de modèles plus élaborés comme la théorie des orbitales moléculaires qui sera étudiée en seconde année.

Depuis le collège et tout au long du lycée, les élèves ont construit successivement différents modèles pour décrire la constitution des atomes, des ions et des molécules. L'objectif de cette partie est de continuer à affiner les modèles de description des diverses entités chimiques isolées pour rendre compte des propriétés au niveau microscopique (longueur de liaison, polarité,...) ou macroscopique (solubilité, température de changement d'état,...). Les connaissances déjà acquises sont réactivées et complétées :

- dans le cadre du modèle de Lewis, deux nouveautés sont introduites : les extensions de la règle de l'octet et le concept de délocalisation électronique, à travers le modèle de la mésomérie. Dans ce dernier cas, les compétences sont d'une part de repérer les situations où l'écriture de formules mésomères est nécessaire et, d'autre part, d'interpréter les propriétés des molécules à électrons délocalisés ;
- l'électronégativité, introduite en classe de première, est abordée en s'appuyant sur une approche expérimentale : réactions d'oxydo-réduction, propriétés de corps composés en lien avec la nature de la liaison chimique. Elle est prolongée par la présentation de l'existence d'échelles numériques, notamment celle de Pauling, mais la connaissance de leurs définitions n'est pas exigible ;
- la polarité des molécules a été abordée et utilisée dès la classe de première S, mais pas l'aspect vectoriel du moment dipolaire, qui est souligné ici. Aucune compétence sur l'addition de vecteurs non coplanaires n'est exigible ;
- la description des forces intermoléculaires est complétée pour développer les capacités d'interprétation ou de prévision de certaines propriétés physiques ou chimiques (température de

changement d'état, miscibilité, solubilité) prenant en considération l'existence de telles forces. La notion de liaison hydrogène intramoléculaire est également introduite.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- utiliser la classification périodique des éléments pour déterminer, justifier ou comparer des propriétés (oxydo-réduction, solubilité, aptitude à la complexation, polarité, polarisabilité,...) ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif rigoureux ;
- s'approprier les outils de description des entités chimiques (liaison covalente, notion de nuage électronique...) et leur complémentarité dans la description des interactions intermoléculaires ;
- appréhender la notion de solvant, au niveau microscopique à travers les interactions intermoléculaires et au niveau macroscopique par leur utilisation au laboratoire, dans industrie et dans la vie courante.

## 1 – Classification périodique des éléments et électronégativité

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>États physiques et transformations de la matière</b>	
<p>Isotopes, abondance isotopique, stabilité. Ordres de grandeur de la taille d'un atome, des masses et des charges de l'électron et du noyau.</p> <p>Quantification de l'énergie et spectroscopies (UV-Visible, IR, RMN).</p> <p>Nombres quantiques <math>n</math>, <math>l</math>, <math>m_l</math> et <math>m_s</math></p> <p>Configuration électronique d'un atome et d'un ion monoatomique. Électrons de cœur et de valence.</p>	<p>Utiliser un vocabulaire précis : élément, atome, corps simple, espèce chimique, entité chimique.</p> <p>Associer un type de transition énergétique au domaine du spectre électromagnétique correspondant. Déterminer la longueur d'onde d'une radiation émise ou absorbée à partir de la valeur de la transition énergétique mise en jeu, et inversement.</p> <p>Établir un diagramme qualitatif des niveaux d'énergie électroniques d'un atome donné. Établir la configuration électronique d'un atome dans son état fondamental (la connaissance des exceptions à la règle de Klechkowski n'est pas exigible). Déterminer le nombre d'électrons non appariés d'un atome dans son état fondamental. Prévoir la formule des ions monoatomiques d'un élément.</p>
<b>Classification périodique des éléments</b>	
<p>Architecture et lecture du tableau périodique</p> <p>Électronégativité</p>	<p>Relier la position d'un élément dans le tableau périodique à la configuration électronique et au nombre d'électrons de valence de l'atome correspondant.</p> <p>Positionner dans le tableau périodique et reconnaître les métaux et non métaux. Situer dans le tableau les familles suivantes : métaux alcalins et alcalino-terreux, halogènes et gaz nobles. Citer les éléments des périodes 1 à 3 de la classification et de la colonne des halogènes (nom, symbole, numéro atomique). <b>Mettre en œuvre des expériences illustrant le caractère oxydant ou réducteur de certains</b></p>

<p>Rayon atomique Rayon ionique</p>	<p><b>corps simples.</b> <b>Élaborer ou mettre en œuvre un protocole permettant de montrer qualitativement l'évolution du caractère oxydant dans une colonne.</b></p> <p>Relier le caractère oxydant ou réducteur d'un corps simple à l'électronégativité de l'élément. Comparer l'électronégativité de deux éléments selon leur position dans le tableau périodique.</p> <p>Interpréter l'évolution du rayon atomique dans la classification périodique en utilisant la notion qualitative de nombre de charge effectif. Interpréter la différence de valeur entre le rayon d'un atome et le rayon de ses ions.</p>
---	--

## 2 – Molécules et solvants

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Description des entités chimiques moléculaires</b>	
<p>Schéma de Lewis d'une molécule ou d'un ion polyatomique. Liaison covalente localisée et délocalisée. Ordres de grandeur de la longueur et de l'énergie d'une liaison covalente.</p> <p>Structure géométrique d'une molécule ou d'un ion polyatomique. Méthode VSEPR.</p> <p>Liaison polarisée. Molécule polaire. Moment dipolaire.</p>	<p>Établir un ou des schémas de Lewis pour une entité donnée et identifier éventuellement le plus représentatif. Identifier les écarts à la règle de l'octet. Identifier les enchaînements donnant lieu à délocalisation électronique. Mettre en évidence une éventuelle délocalisation électronique à partir de données expérimentales.</p> <p>Représenter les structures de type <math>AX_n</math>, avec <math>n \leq 6</math>. Prévoir ou interpréter les déformations angulaires pour les structures de type <math>AX_pE_q</math>, avec <math>p+q=3</math> ou <math>4</math>. Relier la structure géométrique d'une molécule à l'existence ou non d'un moment dipolaire permanent. Déterminer direction et sens du vecteur moment dipolaire d'une molécule ou d'une liaison.</p>
<b>Forces intermoléculaires</b>	
<p>Interactions de van der Waals. Liaison hydrogène. Ordres de grandeur énergétiques.</p>	<p>Lier qualitativement la valeur plus ou moins grande des forces intermoléculaires à la polarité et la polarisabilité des molécules. Prévoir ou interpréter les propriétés liées aux conformations ou aux propriétés spectroscopiques d'une espèce. Prévoir ou interpréter les propriétés physiques de corps purs par l'existence d'interactions de van der Waals ou de liaisons hydrogène inter ou intramoléculaires.</p>
<b>Les solvants moléculaires</b>	
<p>Grandeurs caractéristiques : moment dipolaire, permittivité relative.</p>	<p>Interpréter la miscibilité ou la non-miscibilité de deux solvants.</p>

Solvants protogènes (protiques). Mise en solution d'une espèce chimique moléculaire ou ionique.	<b>Élaborer et mettre en œuvre un protocole pour déterminer la valeur d'une constante de partage.</b> <b>Justifier ou proposer le choix d'un solvant adapté à la dissolution d'une espèce donnée, à la mise en œuvre de certaines réactions, à la réalisation d'une extraction et aux principes de la chimie verte.</b>
--	--

### III. Structures, réactivités et transformations en chimie organique 1

L'objectif de cette partie est, d'une part, de faire comprendre les enjeux et la logique de la synthèse organique, et, d'autre part, de décrire, d'analyser et de modéliser les transformations organiques à l'échelle microscopique.

Cela nécessite l'acquisition de compétences liées à la description géométrique des structures, à l'analyse de la réactivité des espèces et à la description des grands types de réactions, ainsi qu'à l'utilisation d'outils d'analyse spectroscopique. Certaines notions ont déjà été introduites au lycée (diastéréo-isomères *Z/E*, énantiomères, mélange racémique, conformations, sites accepteur et donneur d'électrons, mouvement de doublet et flèche courbe, modification de chaîne et de groupe caractéristique, substitution, addition, élimination) ; elles seront réactivées et approfondies, notamment par le biais des activités expérimentales.

Sans donner lieu à une étude systématique, l'utilisation de la nomenclature IUPAC des composés, déjà engagée dans le secondaire, s'enrichit au fur et à mesure des besoins.

Les monohalogénoalcane sont choisis comme exemple de substrats pouvant subir des substitutions nucléophiles et des  $\beta$ -éliminations. Ils conduisent aussi à la formation d'organométalliques, premier exemple de composés présentant un atome de carbone nucléophile et pouvant donner lieu à des additions nucléophiles sur des composés possédant une double liaison C=O. Les notions sont ainsi présentées sur des exemples donnés, mais dans le but d'une maîtrise permettant un réinvestissement sur des situations analogues. Ainsi, une présentation par mécanismes ou de type fonctionnelle peut être envisagée, au libre choix de l'enseignant. Néanmoins, il s'agit de privilégier une approche mécanistique pour faire comprendre et maîtriser les raisonnements plutôt que pour empiler les connaissances.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- relier structure et propriétés microscopiques aux grandeurs et comportements macroscopiques ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif argumenté pour expliquer un schéma de synthèse ;
- maîtriser et utiliser différentes représentations schématiques d'un objet ;
- relier les grandeurs spectroscopiques à la structure de l'espèce chimique étudiée.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Description des molécules organiques</b>	
Représentations topologique, de Cram, de Newman, perspective. Descripteurs stéréochimiques <i>R, S, Z, E</i> .	Représenter une molécule à partir de son nom, fourni en nomenclature systématique, en tenant compte de la donnée d'éventuelles informations stéréochimiques, en utilisant un type de représentation donné.
Stéréoisomérisation de configuration : énantiomérisation, diastéréoisomérisation.	Attribuer les descripteurs stéréochimiques aux centres stéréogènes.
Stéréoisomérisation de conformation en série aliphatique non cyclique et cyclohexanique.	Déterminer la relation d'isomérisation entre deux structures. Comparer la stabilité de plusieurs conformations.

<p>Ordre de grandeur de la barrière énergétique conformationnelle.</p> <p>Séparation d'énantiomères et synthèse stéréosélective.</p>	<p>Interpréter la stabilité d'un conformère donné.</p> <p><b>Approche documentaire</b> : à partir de documents, illustrer et analyser le rôle essentiel de la diastéréo-isomérisation lors de synthèses énantiosélectives et de séparations d'énantiomères.</p>
<p><b>Analyses polarimétrique et spectroscopique</b></p>	
<p>Activité optique, pouvoir rotatoire. Loi de Biot.</p> <p>Spectroscopies d'absorption UV-visible et IR.</p> <p>Spectroscopie de RMN du proton :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- notion de déplacement chimique et de constante de couplage ;</li> <li>- analyse de spectres du premier ordre de type <math>A_mX_p</math>, <math>A_mM_pX_q</math>.</li> </ul>	<p><b>Pratiquer une démarche expérimentale utilisant l'activité optique d'une espèce chimique.</b></p> <p>Relier la valeur du pouvoir rotatoire d'un mélange de stéréoisomères à sa composition.</p> <p>Établir ou confirmer une structure à partir de tables de données spectroscopiques (nombres d'onde, déplacements chimiques, constantes de couplage).</p> <p>Extraire d'un spectre les valeurs de déplacement chimique et les valeurs des constantes de couplage.</p>
<p><b>Mécanismes en chimie organique</b></p>	
<p>Substitution nucléophile aliphatique : mécanismes limites <math>S_N2</math> et <math>S_N1</math> ; propriétés cinétiques et stéréochimiques.</p> <p><math>\beta</math>-élimination E2 ; propriétés cinétiques et stéréochimiques, régiosélectivité.</p> <p>Addition nucléophile sur l'exemple des réactions opposant un organomagnésien mixte et un aldéhyde, une cétone ou le dioxyde de carbone ; conditions opératoires.</p> <p>Compétitions substitution-élimination.</p>	<p><b>Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant de réaliser une transformation simple en chimie organique.</b></p> <p><b>Analyser et justifier les choix expérimentaux dans une synthèse organique.</b></p> <p>Identifier les sites électrophiles et/ou nucléophiles d'une entité chimique.</p> <p>Utiliser le formalisme des flèches courbes pour décrire un mécanisme en chimie organique.</p> <p>Exploiter les notions de polarité et de polarisabilité pour analyser ou comparer la réactivité de différents substrats.</p> <p>Justifier le choix d'un mécanisme limite <math>S_N1</math> ou <math>S_N2</math> par des facteurs structuraux des substrats ou par des informations stéréochimiques sur le produit.</p> <p>Prévoir ou analyser la régiosélectivité, la stéréosélectivité et la stéréospécificité éventuelles d'une transformation simple en chimie organique (substitution nucléophile, <math>\beta</math>-élimination E2) en utilisant un vocabulaire précis.</p> <p>Déterminer le produit formé lors de la réaction d'un organomagnésien mixte sur un aldéhyde, une cétone ou le dioxyde de carbone et inversement, prévoir les réactifs utilisés lors de la synthèse magnésienne d'un alcool ou d'un acide carboxylique.</p> <p>Tracer, commenter et utiliser un profil énergétique à l'échelle microscopique.</p>

Contrôle cinétique, contrôle thermodynamique. Un modèle pour l'état de transition : le postulat de Hammond.	Reconnaître les conditions d'utilisation du postulat de Hammond et prévoir l'obtention des produits lorsque deux réactions sont en compétition.
<b>Stratégie de synthèse en chimie organique</b>	
Intérêt des organométalliques dans la construction d'une chaîne carbonée ; structure et réactivité des organomagnésiens mixtes ; préparation à partir des halogénoalcanes et des alcynes terminaux.	<b>Décrire et mettre en œuvre le protocole expérimental de préparation d'un organomagnésien mixte par insertion de magnésium dans la liaison carbone-halogène. Mettre en œuvre un protocole de synthèse magnésienne et en justifier les étapes et conditions expérimentales, y compris l'hydrolyse terminale.</b>
Approche élémentaire de la stratégie de synthèse : analyse rétrosynthétique.	Justifier l'inversion de polarité sur l'atome de carbone résultant de l'insertion de magnésium dans la liaison carbone-halogène. Concevoir une stratégie de synthèse pour une molécule simple.

## Second Semestre – Option PC

### IV. Architecture de la matière condensée : solides cristallins

L'existence des états cristallins et amorphes ainsi que la notion de transition allotropique, présentées au premier semestre dans la partie « Transformations de la matière », vont être réinvesties et approfondies dans cette partie.

Les éléments de description microscopique relatifs au « modèle du cristal parfait » sont introduits lors de l'étude des solides sur l'exemple de la maille cubique faces centrées (CFC), seule maille dont la connaissance est exigible. Cet ensemble d'outils descriptifs sera réinvesti pour étudier d'autres structures cristallines dont la constitution sera alors fournie à l'étudiant.

Aucune connaissance de mode de cristallisation pour une espèce donnée n'est exigible ; le professeur est libre de choisir les exemples de solides pertinents pour présenter les différents types de cristaux et montrer leur adéquation, plus ou moins bonne, avec le modèle utilisé.

En effet, l'objectif principal de l'étude des cristaux métalliques, covalents et ioniques est d'aborder une nouvelle fois la notion de modèle : les allers-retours entre le niveau macroscopique (solides de différentes natures) et la modélisation microscopique (cristal parfait) permettent de montrer les limites du modèle du cristal parfait et de confronter les prédictions faites avec ce modèle aux valeurs expérimentales mesurées sur le solide réel (rayons ioniques, masse volumique). Ce chapitre constitue une occasion de revenir sur les positions relatives des éléments dans la classification périodique, en lien avec la nature des interactions assurant la cohésion des édifices présentés, ainsi que sur les interactions intermoléculaires et la notion de solubilisation pour les solides ioniques et moléculaires.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- relier la position d'un élément dans le tableau périodique et la nature des interactions des entités correspondantes dans un solide ;
- effectuer des liens entre différents champs de connaissance ;
- appréhender la notion de limite d'un modèle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
---------------------	---------------------

<b>Modèle du cristal parfait</b>	
<p>Description du cristal parfait ; population, coordinence, compacité, masse volumique.</p> <p>Limites du modèle du cristal parfait.</p>	<p>Décrire un cristal parfait comme un assemblage de mailles parallélépipédiques. Déterminer la population, la coordinence et la compacité pour une structure fournie. Déterminer la valeur de la masse volumique d'un matériau cristallisé selon une structure cristalline fournie. Relier le rayon métallique, covalent, de van der Waals ou ionique, selon le cas, aux paramètres d'une maille donnée. <b>Utiliser un logiciel ou des modèles cristallins pour visualiser des mailles et des sites interstitiels et pour déterminer des paramètres géométriques.</b></p> <p>Confronter des données expérimentales aux prévisions du modèle. <b>Approche documentaire</b> : à partir de documents autour des défauts cristallins, aborder leur nature et leurs conséquences sur les propriétés du matériau.</p>
<p><b>Métaux et cristaux métalliques</b></p> <p>Description des modèles d'empilement compact de sphères identiques.</p> <p>Maille conventionnelle cubique à faces centrées (CFC) et ses sites interstitiels</p> <p>Alliages de substitution et d'insertion.</p>	<p>Localiser les interstices tétraédriques et octaédriques entre les plans d'empilement.</p> <p>Localiser, dénombrer les sites tétraédriques et octaédriques d'une maille CFC et déterminer leur habitabilité.</p> <p>Relier les caractéristiques de la liaison métallique (ordre de grandeur énergétique, non directionnalité) aux propriétés macroscopiques des métaux.</p> <p>Citer des exemples d'alliage et leur intérêt par rapport à des métaux purs. Prévoir la possibilité de réaliser des alliages de substitution ou d'insertion selon les caractéristiques des atomes mis en jeu.</p>
<p><b>Solides macrocovalents et moléculaires</b></p>	<p>Identifier les liaisons covalentes, les interactions de van der Waals et les liaisons hydrogène dans un cristal de structure donnée. Relier les caractéristiques des liaisons covalentes, des interactions de van der Waals et des liaisons hydrogène (directionnalité ou non, ordre de grandeur des énergies mises en jeu) et les propriétés macroscopiques des solides correspondants. Comparer les propriétés macroscopiques du diamant et du graphite et interpréter les différences en relation avec les structures microscopiques (structures cristallines fournies)</p>
<p><b>Solides ioniques</b></p>	<p>Relier les caractéristiques de l'interaction ionique dans le cadre du modèle ionique parfait (ordre de grandeur de l'énergie d'interaction, non directionnalité, charge localisée) avec les</p>

	propriétés macroscopiques des solides ioniques. Vérifier la tangence anion-cation et la non tangence anion-anion dans une structure cubique de type AB fournie, à partir des valeurs du paramètre de maille et des rayons ioniques.
--	---

## V. Transformations chimiques en solution aqueuse

Les transformations chimiques en solution aqueuse jouent un rôle essentiel en chimie, en biochimie et dans les processus environnementaux.

Un nombre considérable de développements technologiques (générateurs électrochimiques, lutte contre la corrosion, traitement des eaux, méthodes d'analyse...) repose sur des phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse. L'influence du milieu (pH, présence ou non de complexants, possibilité de formation de composés insolubles...) est primordiale dans la compréhension et la prévision des phénomènes mis en jeu.

L'objectif de cette partie est donc de présenter les différents types de réactions susceptibles d'intervenir en solution aqueuse, d'en déduire des diagrammes de prédominance ou d'existence d'espèces chimiques, notamment des diagrammes potentiel-pH et potentiel-pL, et de les utiliser comme outil de prévision et d'interprétation des transformations chimiques quel que soit le milieu donné. Les conventions de tracé seront toujours précisées.

S'appuyant sur les notions de couple redox et de pile rencontrées dans le secondaire, l'étude des phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse est complétée par l'utilisation de la relation de Nernst (admise en première année) et de la relation entre la constante thermodynamique d'équilibre d'une réaction d'oxydo-réduction et les potentiels standard.

Afin de pouvoir étudier l'influence du milieu sur les espèces oxydantes ou réductrices effectivement présentes, les connaissances sur les réactions acido-basiques en solution aqueuse acquises dans le secondaire sont réinvesties et complétées, puis les complexes sont introduits au travers de leurs réactions de formation et de dissociation. Compte tenu des différentes conventions existantes, l'équation de la réaction correspondante est donnée dans chaque cas. Enfin, les phénomènes de précipitation et de dissolution, ainsi que la condition de saturation d'une solution aqueuse sont présentés.

Ces différentes transformations en solution aqueuse sont abordées en montrant bien qu'elles constituent des illustrations de l'évolution des systèmes chimiques introduites au premier semestre, les étudiants étant amenés à déterminer l'état final d'un système en transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique. On montrera qu'il est ainsi possible d'analyser et de simplifier une situation complexe pour parvenir à la décrire rigoureusement et quantitativement, en l'occurrence dans le cas des solutions aqueuses par une réaction prépondérante. Il est cependant important de noter qu'on évite tout calcul inutile de concentration, en privilégiant l'utilisation des diagrammes pour valider le choix de la réaction mise en jeu. Dans ce cadre, aucune formule de calcul de pH n'est exigible.

Enfin, les diagrammes potentiel-pH et potentiel-pL sont présentés, puis superposés pour prévoir ou interpréter des transformations chimiques.

Les choix pédagogiques relatifs au contenu des séances de travail expérimental permettront de contextualiser ces enseignements.

Les dosages par titrage sont étudiés exclusivement en travaux pratiques. L'analyse des conditions choisies ou la réflexion conduisant à une proposition de protocole expérimental pour atteindre un objectif donné constituent des mises en situation des enseignements évoqués précédemment. La compréhension des phénomènes mis en jeu dans les titrages est par ailleurs un outil pour l'écriture de la réaction prépondérante. Ces séances de travail expérimental constituent une nouvelle occasion

d'aborder qualité et précision de la mesure.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être par la suite valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- modéliser ou simplifier un problème complexe ;
- utiliser différents outils graphique, numérique, analytique ;
- repérer les informations ou paramètres importants pour la résolution d'un problème.

## 1 – Réactions d'oxydo-réduction

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Oxydants et réducteurs</b>	
<p>Nombre d'oxydation. Exemples usuels : nom, nature et formule des ions thiosulfate, permanganate, dichromate, hypochlorite, du peroxyde d'hydrogène.</p> <p>Potentiel d'électrode, formule de Nernst, électrodes de référence.</p> <p>Diagrammes de prédominance ou d'existence.</p>	<p>Prévoir les nombres d'oxydation extrêmes d'un élément à partir de sa position dans le tableau périodique. Identifier l'oxydant et le réducteur d'un couple. Décrire le fonctionnement d'une pile à partir d'une mesure de tension à vide ou à partir des potentiels d'électrodes. Déterminer la capacité d'une pile.</p> <p>Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.</p>
<b>Réactions d'oxydo-réduction</b>	
<p>Aspect thermodynamique. Dismutation et médiatisation.</p>	<p>Prévoir qualitativement ou quantitativement le caractère thermodynamiquement favorisé ou défavorisé d'une réaction d'oxydo-réduction. <b>Pratiquer une démarche expérimentale mettant en jeu des réactions d'oxydo-réduction.</b></p>

## 2 – Réactions acide-base, de complexation, de précipitation

Notions et contenus	Capacités exigibles			
<b>Réactions acido-basiques</b>				
<ul style="list-style-type: none"> <li>- constante d'acidité ;</li> <li>- diagramme de prédominance ;</li> <li>- exemples usuels d'acides et bases : nom, formule et nature – faible ou forte – des acides sulfurique, nitrique, chlorhydrique, phosphorique, acétique, de la soude, la potasse, l'ion hydrogénocarbonate, l'ammoniac ;</li> <li>- solutions tampon.</li> </ul>	<p>Identifier la nature des réactions en solutions aqueuses. Extraire, de ressources disponibles, les données thermodynamiques pertinentes pour prévoir qualitativement l'état final d'un système en solution aqueuse ou pour interpréter des observations expérimentales. Déterminer la valeur de la constante d'équilibre pour une équation de réaction, combinaison linéaire d'équations dont les constantes thermodynamiques sont connues. Retrouver les valeurs de constantes d'équilibre par lecture de courbes de distribution et de diagrammes de prédominance (et réciproquement). Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.</p>			
<b>Réactions de complexation</b>				
<ul style="list-style-type: none"> <li>- constantes de formation ou de dissociation.</li> <li>- diagramme de prédominance en fonction de pL.</li> </ul>		<b>Réactions de dissolution ou de précipitation</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- constante de l'équation de dissolution, produit de solubilité <math>K_s</math> ;</li> <li>- solubilité et condition de précipitation ;</li> </ul>
<b>Réactions de dissolution ou de précipitation</b>				
<ul style="list-style-type: none"> <li>- constante de l'équation de dissolution, produit de solubilité <math>K_s</math> ;</li> <li>- solubilité et condition de précipitation ;</li> </ul>				

<ul style="list-style-type: none"> <li>- domaine d'existence ;</li> <li>- facteurs influençant la solubilité.</li> </ul>	<p>Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.</p> <p>Prévoir l'état de saturation ou de non saturation d'une solution, en solide ou en gaz.</p> <p>Exploiter des courbes d'évolution de la solubilité en fonction d'une variable.</p> <p><b>Pratiquer une démarche expérimentale illustrant les transformations en solutions aqueuses.</b></p> <p><b>Utiliser une solution tampon de façon pertinente.</b></p> <p><b>Pratiquer une démarche expérimentale mettant en jeu une résine échangeuse d'ions.</b></p> <p><b>Approche documentaire</b> : à partir de documents autour du traitement d'effluents, dégager par exemple les méthodes de détection d'espèces (méthodes physiques ou chimiques), d'évaluation des concentrations, de valeurs limites acceptables ou les procédés et transformations mis en jeu pour la séparation des espèces et la dépollution.</p>
--	---

### 3 – Diagrammes potentiel-pH et potentiel-pL

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Diagrammes potentiel-pH et potentiel-pL</b>	
<p>Principe de construction d'un diagramme potentiel-pH.</p> <p>Lecture et utilisation des diagrammes potentiel-pH et potentiel-pL.</p> <p>Limite thermodynamique du domaine d'inertie électrochimique de l'eau.</p>	<p>Attribuer les différents domaines d'un diagramme fourni à des espèces données.</p> <p>Retrouver la valeur de la pente d'une frontière dans un diagramme potentiel-pH ou potentiel-pL. Justifier la position d'une frontière verticale.</p> <p>Prévoir le caractère thermodynamiquement favorisé ou non d'une transformation par superposition de diagrammes.</p> <p>Discuter de la stabilité des espèces dans l'eau.</p> <p>Prévoir la stabilité d'un état d'oxydation en fonction du pL ou du pH du milieu.</p> <p>Prévoir une éventuelle dismutation ou médimutation.</p> <p>Confronter les prévisions à des données expérimentales et interpréter d'éventuels écarts en termes cinétiques.</p> <p><b>Mettre en œuvre une démarche expérimentale s'appuyant sur l'utilisation d'un diagramme potentiel-pH.</b></p>

## VI. Réactivité et transformations en chimie organique 2

Les objectifs de cette deuxième partie de programme en chimie organique sont doubles.

D'une part, on s'attache à :

- réinvestir et compléter les connaissances et compétences mécanistiques acquises au premier semestre,
- poursuivre l'acquisition de connaissances concernant les interconversions entre groupes caractéristiques, notamment par les réactions d'oxydo-réduction,
- introduire une première approche de la chimie organique du vivant avec le glucose.

D'autre part, on complète les apports et la réflexion concernant la stratégie de synthèse. Au delà de l'analyse rétrosynthétique déjà introduite au premier semestre, on introduit les notions de protection de groupes caractéristiques et d'activation *in situ* (protonation) ou par synthèse préalable d'un dérivé plus réactif, poursuivant ainsi l'analyse de la réactivité des espèces et les choix qui en découlent en synthèse organique.

Si la construction du programme privilégie ici une approche liée à stratégie de synthèse, elle n'entrave évidemment pas la liberté pédagogique du professeur dans le choix de sa présentation et de sa progression.

La maîtrise des techniques courantes en chimie organique est renforcée par les séances de travaux pratiques choisies de manière à construire, en deux ans, une acquisition effective de l'ensemble des compétences expérimentales attendues.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être par la suite valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- analyser des problèmes de complexité croissante ;
- identifier dans une situation complexe la partie utile au raisonnement ;
- proposer une stratégie d'adaptation ou de contournement pour résoudre un problème.

### 1 – Activation et protection de groupe caractéristique

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Activation de groupe caractéristique</b>	
Activation nucléophile des alcools et phénols. Formation d'alcoolates par réaction acido-basique ou d'oxydo-réduction. Synthèse de Williamson.	Comparer la nucléophilie d'alcools de différentes classes à l'aide d'arguments stériques. Comparer la nucléophilie d'un alcool et de son alcoolate Choisir une base pour déprotomer un alcool ou un phénol à partir d'une échelle de $pK_a$ .  Proposer un mécanisme limite en analysant les conditions opératoires et les caractéristiques structurales des réactifs.  Proposer une voie de synthèse d'un étheroxyde dissymétrique.
Activation électrophile des alcools : - Activation <i>in situ</i> par protonation · déshydratation acido-catalysée d'un alcool tertiaire (conditions opératoires, régiosélectivité et stéréosélectivité éventuelles, mécanisme limite E1) ; compétition substitution-élimination dans le cas des alcools secondaires et	Interpréter la formation de produits indésirables par la compétition entre les réactions de substitution et d'élimination. Comparer les réactivités des liaisons carbone-groupe caractéristique dans le cas des halogénoalcanes, des alcools, des esters sulfoniques et des ions alkyloxonium. Prévoir les produits pouvant se former lors de la

<p>tertiaires.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· conversion d'un alcool en halogénoalcane par action d'une solution concentrée d'halogénure d'hydrogène (conditions opératoires, mécanismes limites).</li> </ul> <p>- Formation d'esters sulfoniques</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· formation d'alcène par élimination basique sur un mésylate (conditions opératoires).</li> <li>· formation d'halogénoalcane par substitution sur un tosylate ou un mésylate (conditions opératoires).</li> <li>· formation d'époxyde par substitution intramoléculaire.</li> </ul> <p>Activation électrophile du groupe carbonyle :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Acétalisation des aldéhydes et des cétones : conditions expérimentales (APTS, appareillage de Dean-Stark), mécanisme limite de l'acétalisation en milieu acide.</li> <li>- Hémiacétalisation acido-catalysée du glucose : conditions opératoires, mécanisme limite de l'hémiacétalisation en milieu acide.</li> </ul>	<p>déshydratation d'un alcool, indiquer le ou les produits majoritaires. Préciser la stéréosélectivité éventuelle de la formation d'époxydes.</p> <p>Commenter dans une synthèse multi-étapes le choix d'une activation <i>in situ</i> par protonation ou par passage par un tosylate ou un mésylate.</p> <p>Expliquer qualitativement l'augmentation de l'électrophilie du groupe carbonyle par protonation de celui-ci.</p> <p>Discuter la régiosélectivité de la réaction d'hémiacétalisation du glucose. Interpréter la mutarotation du glucose par le caractère renversable de l'hémiacétalisation.</p>
<b>Protection de groupe caractéristique</b>	
<p>Protection/déprotection du groupe carbonyle par un diol (conditions expérimentales, mécanisme de l'hydrolyse acide).</p> <p>Protection/déprotection du groupe hydroxyle par formation d'un étheroxyde benzylique.</p>	<p>Justifier la nécessité de protéger un groupe caractéristique dans une synthèse multi-étapes.</p> <p>Identifier les étapes de protection et de déprotection d'un groupe carbonyle, d'un groupe hydroxyle, d'un diol 1,2 ou 1,3 dans une synthèse multi-étapes.</p> <p><b>Approche documentaire</b> : à partir de documents, identifier différents modes de protection/déprotection du groupe hydroxyle impliquant notamment des éthers silylés.</p>

## 2 – Réactions d'oxydo-réduction en chimie organique

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Du groupe alkyle au groupe carboxyle et inversement</b>	
<p>Les groupes caractéristiques et leur niveau d'oxydation.</p> <p>Oxydation des alcools selon leur classe ; principe de l'oxydation contrôlée des alcools primaires.</p>	<p>Identifier, le cas échéant, une interconversion entre groupes caractéristiques comme un processus d'oxydation ou de réduction du substrat ; associer les demi équations d'oxydo-réduction correspondantes.</p> <p>Déterminer le ou les produits d'oxydation d'un alcool selon sa classe.</p> <p>Identifier le produit d'oxydation d'un alcool primaire à l'aide de données expérimentales ou</p>

	spectroscopiques.
<b>Oxydation des alcènes</b>	
Passage au diol par action catalytique de OsO <sub>4</sub> en présence d'un co-oxydant. Coupure oxydante par action d'un mélange OsO <sub>4</sub> /NaIO <sub>4</sub> (oxydation de Lemieux-Johnson) principe et conditions opératoires, intérêt en stratégie de synthèse.	Représenter un cycle catalytique simple. Identifier le catalyseur dans un cycle catalytique donné.
<b>Réduction des composés carbonylés</b>	
Réduction des composés carbonylés en alcool par action du tétrahydroborate de sodium (conditions opératoires, mécanisme réactionnel).	Analyser à l'aide de données expérimentales la chimiosélectivité de réducteurs dans le cadre d'une stratégie de synthèse.

## Second Semestre– Option PSI

### IV. Architecture de la matière condensée : solides cristallins

L'existence des états cristallins et amorphes ainsi que la notion de transition allotropique, présentées au premier semestre dans la partie « Transformations de la matière », vont être réinvesties et approfondies dans cette partie.

Les éléments de description microscopique relatifs au « modèle du cristal parfait » sont introduits lors de l'étude des solides sur l'exemple de la maille cubique faces centrées (CFC), seule maille dont la connaissance est exigible. Cet ensemble d'outils descriptifs sera réinvesti pour étudier d'autres structures cristallines dont la constitution sera alors fournie à l'étudiant.

Aucune connaissance de mode de cristallisation pour une espèce donnée n'est exigible ; le professeur est libre de choisir les exemples de solides pertinents pour présenter les différents types de cristaux et montrer leur adéquation, plus ou moins bonne, avec le modèle utilisé.

En effet, l'objectif principal de l'étude des cristaux métalliques, covalents et ioniques est d'aborder une nouvelle fois la notion de modèle : les allers-retours entre le niveau macroscopique (solides de différentes natures) et la modélisation microscopique (cristal parfait) permettent de montrer les limites du modèle du cristal parfait et de confronter les prédictions faites avec ce modèle aux valeurs expérimentales mesurées sur le solide réel (rayons ioniques, masse volumique). Ce chapitre constitue une occasion de revenir sur les positions relatives des éléments dans la classification périodique, en lien avec la nature des interactions assurant la cohésion des édifices présentés, ainsi que sur les interactions intermoléculaires et la notion de solubilisation pour les solides ioniques et moléculaires.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- relier la position d'un élément dans le tableau périodique et la nature des interactions des entités correspondantes dans un solide ;
- effectuer des liens entre différents champs de connaissance ;
- appréhender la notion de limite d'un modèle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Modèle du cristal parfait</b>	
Description du cristal parfait ; population, coordinence, compacité, masse volumique.	Décrire un cristal parfait comme un assemblage de mailles parallélépipédiques. Déterminer la population, la coordinence et la compacité pour une structure fournie. Déterminer la valeur de la masse volumique d'un matériau cristallisé selon une structure cristalline

<p>Limites du modèle du cristal parfait.</p>	<p>fournie. Relier le rayon métallique, covalent, de van der Waals ou ionique, selon le cas, aux paramètres d'une maille donnée. <b>Utiliser un logiciel ou des modèles cristallins pour visualiser des mailles et des sites interstitiels et pour déterminer des paramètres géométriques.</b></p> <p>Confronter des données expérimentales aux prévisions du modèle. <b>Approche documentaire</b> : à partir de documents autour des défauts cristallins, aborder leur nature et leurs conséquences sur les propriétés du matériau.</p>
<p><b>Métaux et cristaux métalliques</b></p> <p>Description des modèles d'empilement compact de sphères identiques.</p> <p>Maille conventionnelle cubique faces centrées (CFC) et ses sites interstitiels</p> <p>Alliages de substitution et d'insertion.</p>	<p>Localiser les interstices tétraédriques et octaédriques entre les plans d'empilement.</p> <p>Localiser, dénombrer les sites tétraédriques et octaédriques d'une maille CFC et déterminer leur habitabilité.</p> <p>Relier les caractéristiques de la liaison métallique (ordre de grandeur énergétique, non directionnalité) aux propriétés macroscopiques des métaux.</p> <p>Citer des exemples d'alliage et leur intérêt par rapport à des métaux purs. Prévoir la possibilité de réaliser des alliages de substitution ou d'insertion selon les caractéristiques des atomes mis en jeu.</p>
<p><b>Solides macrocovalents et moléculaires</b></p>	<p>Identifier les liaisons covalentes, les interactions de van der Waals et les liaisons hydrogène dans un cristal de structure donnée.</p> <p>Relier les caractéristiques des liaisons covalentes, des interactions de van der Waals et des liaisons hydrogène (directionnalité ou non, ordre de grandeur des énergies mises en jeu) et les propriétés macroscopiques des solides correspondants.</p> <p>Comparer les propriétés macroscopiques du diamant et du graphite et interpréter les différences en relation avec les structures microscopiques (structures cristallines fournies)</p>
<p><b>Solides ioniques</b></p>	<p>Relier les caractéristiques de l'interaction ionique dans le cadre du modèle ionique parfait (ordre de grandeur de l'énergie d'interaction, non directionnalité, charge localisée) avec les propriétés macroscopiques des solides ioniques.</p> <p>Vérifier la tangence anion-cation et la non tangence anion-anion dans une structure cubique de type AB fournie, à partir des valeurs du paramètre de maille et des rayons ioniques.</p>

## V. Transformations chimiques en solution aqueuse

Les transformations chimiques en solution aqueuse jouent un rôle essentiel en chimie, en biochimie et dans les processus environnementaux.

Un nombre considérable de développements technologiques (générateurs électrochimiques, lutte contre la corrosion, traitement des eaux, méthodes d'analyse...) repose sur des phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse. L'influence du milieu (pH, présence ou non de complexants, possibilité de formation de composés insolubles...) est primordiale dans la compréhension et la prévision des phénomènes mis en jeu.

L'objectif de cette partie est donc de présenter les différents types de réactions susceptibles d'intervenir en solution aqueuse, d'en déduire des diagrammes de prédominance ou d'existence d'espèces chimiques, notamment des diagrammes potentiel-pH, et de les utiliser comme outil de prévision et d'interprétation des transformations chimiques quel que soit le milieu donné. Les conventions de tracé seront toujours précisées.

S'appuyant sur les notions de couple redox et de pile rencontrées dans le secondaire, l'étude des phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse est complétée par l'utilisation de la relation de Nernst (admise en première année) et de la relation entre la constante thermodynamique d'équilibre d'une réaction d'oxydo-réduction et les potentiels standard.

Afin de pouvoir étudier l'influence du milieu sur les espèces oxydantes ou réductrices effectivement présentes, les connaissances sur les réactions acido-basiques en solution aqueuse acquises dans le secondaire sont réinvesties et complétées, puis les complexes sont introduits au travers de leurs réactions de formation et de dissociation. Compte tenu des différentes conventions existantes, l'équation de la réaction correspondante est donnée dans chaque cas. Enfin, les phénomènes de précipitation et de dissolution, ainsi que la condition de saturation d'une solution aqueuse sont présentés.

Ces différentes transformations en solution aqueuse sont abordées en montrant bien qu'elles constituent des illustrations de l'évolution des systèmes chimiques introduites au premier semestre, les étudiants étant amenés à déterminer l'état final d'un système en transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique. On montrera qu'il est ainsi possible d'analyser et de simplifier une situation complexe pour parvenir à la décrire rigoureusement et quantitativement, en l'occurrence dans le cas des solutions aqueuses par une réaction prépondérante. Il est cependant important de noter qu'on évite tout calcul inutile de concentration, en privilégiant l'utilisation des diagrammes pour valider le choix de la réaction mise en jeu. Dans ce cadre, aucune formule de calcul de pH n'est exigible.

Enfin, les diagrammes potentiel-pH sont présentés, puis superposés pour prévoir ou interpréter des transformations chimiques.

Les choix pédagogiques relatifs au contenu des séances de travail expérimental permettront de contextualiser ces enseignements.

Les dosages par titrage sont étudiés exclusivement en travaux pratiques. L'analyse des conditions choisies ou la réflexion conduisant à une proposition de protocole expérimental pour atteindre un objectif donné constituent des mises en situation des enseignements évoqués précédemment. La compréhension des phénomènes mis en jeu dans les titrages est par ailleurs un outil pour l'écriture de la réaction prépondérante. Ces séances de travail expérimental constituent une nouvelle occasion d'aborder qualité et précision de la mesure.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être par la suite valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- modéliser ou simplifier un problème complexe ;
- utiliser différents outils graphique, numérique, analytique ;
- repérer les informations ou paramètres importants pour la résolution d'un problème.

## 1 – Réactions d'oxydo-réduction

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Oxydants et réducteurs</b>	
<p>Nombre d'oxydation. Exemples usuels : nom, nature et formule des ions thiosulfate, permanganate, dichromate, hypochlorite, du peroxyde d'hydrogène.</p> <p>Potentiel d'électrode, formule de Nernst, électrodes de référence.</p> <p>Diagrammes de prédominance ou d'existence.</p>	<p>Prévoir les nombres d'oxydation extrêmes d'un élément à partir de sa position dans le tableau périodique. Identifier l'oxydant et le réducteur d'un couple. Décrire le fonctionnement d'une pile à partir d'une mesure de tension à vide ou à partir des potentiels d'électrodes. Déterminer la capacité d'une pile.</p> <p>Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.</p>
<b>Réactions d'oxydo-réduction</b>	
<p>Aspect thermodynamique. Dismutation et médiatisation.</p>	<p>Prévoir qualitativement ou quantitativement le caractère thermodynamiquement favorisé ou défavorisé d'une réaction d'oxydo-réduction.</p> <p><b>Pratiquer une démarche expérimentale mettant en jeu des réactions d'oxydo-réduction.</b></p>

## 2 – Réactions acide-base, de complexation, de précipitation

Notions et contenus	Capacités exigibles	
<b>Réactions acido-basiques</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- constante d'acidité ;</li> <li>- diagramme de prédominance ;</li> <li>- exemples usuels d'acides et bases : nom, formule et nature – faible ou forte – des acides sulfurique, nitrique, chlorhydrique, phosphorique, acétique, de la soude, la potasse, l'ion hydrogénocarbonate, l'ammoniac ;</li> <li>- solutions tampon.</li> </ul>	<p>Identifier la nature des réactions en solutions aqueuses. Extraire, de ressources disponibles, les données thermodynamiques pertinentes pour prévoir qualitativement l'état final d'un système en solution aqueuse ou pour interpréter des observations expérimentales. Déterminer la valeur de la constante d'équilibre pour une équation de réaction, combinaison linéaire d'équations dont les constantes thermodynamiques sont connues. Retrouver les valeurs de constantes d'équilibre par lecture de courbes de distribution et de diagrammes de prédominance (et réciproquement). Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique. Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires. Prévoir l'état de saturation ou de non saturation d'une solution, en solide ou en gaz.</p>	
<b>Réactions de complexation</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- constantes de formation ou de dissociation.</li> <li>- diagramme de prédominance en fonction de pL.</li> </ul>		
<b>Réactions de dissolution ou de précipitation</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- constante de l'équation de dissolution, produit de solubilité <math>K_s</math> ;</li> <li>- solubilité et condition de précipitation ;</li> <li>- domaine d'existence ;</li> <li>- facteurs influençant la solubilité.</li> </ul>		

	<p>Exploiter des courbes d'évolution de la solubilité en fonction d'une variable.</p> <p><b>Pratiquer une démarche expérimentale illustrant les transformations en solutions aqueuses.</b>  <b>Utiliser une solution tampon de façon pertinente.</b>  <b>Pratiquer une démarche expérimentale mettant en jeu une résine échangeuse d'ions.</b></p> <p><b>Approche documentaire :</b> à partir de documents autour du traitement d'effluents, dégager par exemple les méthodes de détection d'espèces (méthodes physiques ou chimiques), d'évaluation des concentrations, de valeurs limites acceptables ou les procédés et transformations mis en jeu pour la séparation des espèces et la dépollution.</p>
--	---

### 3 – Diagrammes potentiel-pH

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Diagrammes potentiel-pH</b>	
<p>Principe de construction d'un diagramme potentiel-pH.</p> <p>Lecture et utilisation des diagrammes potentiel-pH.</p> <p>Limite thermodynamique du domaine d'inertie électrochimique de l'eau.</p>	<p>Attribuer les différents domaines d'un diagramme fourni à des espèces données.</p> <p>Retrouver la valeur de la pente d'une frontière dans un diagramme potentiel-pH.</p> <p>Justifier la position d'une frontière verticale.</p> <p>Prévoir le caractère thermodynamiquement favorisé ou non d'une transformation par superposition de diagrammes.</p> <p>Discuter de la stabilité des espèces dans l'eau.</p> <p>Prévoir la stabilité d'un état d'oxydation en fonction du pH du milieu.</p> <p>Prévoir une éventuelle dismutation ou médiamutation.</p> <p>Confronter les prévisions à des données expérimentales et interpréter d'éventuels écarts en termes cinétiques.</p> <p><b>Mettre en œuvre une démarche expérimentale s'appuyant sur l'utilisation d'un diagramme potentiel-pH.</b></p>

#### Appendice 1 : liste de matériel

Cette liste regroupe le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec, le cas échéant, l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de cette liste lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

- Verrerie classique de chimie analytique : burettes, pipettes jaugées et graduées, fioles jaugées, erlenmeyers, bechers, etc.
- Verrerie classique de chimie organique, rodée ou non rodée : ballons, ampoule de coulée (isobare

ou non), réfrigérant à eau, matériel de distillation simple, d'hydrodistillation, dispositifs de chauffage ou de refroidissement (bain-marie, bain froid, chauffe-ballon, agitateur magnétique chauffant, etc.), dispositifs d'agitation, séparateur de Dean-Stark, ampoule à décanter, matériel de filtration sous pression ordinaire et sous pression réduite.

- Évaporateur rotatif
- Matériel de chromatographie sur couche mince
- Lampe UV
- Banc de Kofler
- Réfractomètre
- Résines échangeuses d'ions
  
- Spectrophotomètre UV-visible
- pH-mètre et sondes de mesure
- Millivoltmètre et électrodes
- Conductimètre et sonde de mesure
- Polarimètre
- Sonde thermométrique
- Balance de précision

## Appendice 2 : Outils mathématiques

L'utilisation d'outils mathématiques est indispensable en physique comme en chimie.

La capacité à mettre en œuvre de manière autonome certains de ces outils mathématiques dans le cadre des activités relevant de la physique et de la chimie fait partie des compétences exigibles à la fin de la première année de PCSI. Le tableau ci-dessous explicite ces outils ainsi que le niveau de maîtrise attendu en fin de première année ; il sera complété dans le programme de seconde année. Les outils figurant dans le tableau n'ont pas tous vocation à être mis en œuvre en chimie.

Cependant les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils numériques (calculatrices, logiciels de calcul numérique ou formel).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>1. Équations algébriques</b>	
Systèmes linéaires de n équations à p inconnues.	Identifier les variables (inconnues) nécessaires à la modélisation du problème sous forme d'un système d'équations linéaires. Donner l'expression formelle des solutions dans le seul cas $n = p = 2$ . Utiliser des outils numériques ou de calcul formel dans les autres cas.
Équations non linéaires.	Représenter graphiquement une équation de la forme $f(x) = g(x)$ . Interpréter graphiquement la ou les solutions. Dans le cas général, résoudre à l'aide d'un outil numérique ou de calcul formel.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>2. Équations différentielles</b>	
Équations différentielles linéaires à coefficients constants.	Identifier l'ordre. Mettre l'équation sous forme canonique.
Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants : $y' + ay = f(x)$ .	Trouver la solution générale de l'équation sans second membre (équation homogène). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \cos(\omega x + \varphi)$ (en utilisant la notation complexe).

Équations différentielles linéaires du deuxième ordre à coefficients constants : $y'' + ay' + by = f(x)$ .	Utiliser l'équation caractéristique pour trouver la solution générale de l'équation sans second membre. Prévoir le caractère borné ou non de ses solutions (critère de stabilité). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \exp(\lambda x)$ avec $\lambda$ complexe. Trouver la solution de l'équation complète correspondant à des conditions initiales données. Représenter graphiquement cette solution.
Autres équations différentielles d'ordre 1 ou 2.	Intégrer numériquement avec un outil fourni. Obtenir une intégrale première d'une équation de Newton $x'' = f(x)$ et l'exploiter graphiquement. Séparer les variables d'une équation du premier ordre à variables séparables. Faire le lien entre les conditions initiales et le graphe de la solution correspondante.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>3. Fonctions</b>	
Fonctions usuelles.	Exponentielle, logarithme népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, puissance réelle ( $x \rightarrow x^a$ ), Cosinus hyperbolique et sinus hyperbolique (ces fonctions hyperboliques, non traitées dans le cours de mathématiques, sont introduites par le professeur de physique).
Dérivée. Notation $dx/dt$ .  Développements limités.	Utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement.  Connaître et utiliser les développements limités à l'ordre 1 des fonctions $(1+x)^\alpha$ , $e^x$ et $\ln(1+x)$ , et à l'ordre 2 des fonctions $\cos(x)$ et $\sin(x)$ .
Primitive et intégrale.  Valeur moyenne.	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales, en lien avec la méthode des rectangles en mathématiques.  Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions $\cos$ , $\sin$ , $\cos^2$ et $\sin^2$ .
Représentation graphique d'une fonction.	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation $y = f(x)$ donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum local. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance à une droite en échelle log-log.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier <u>fourni</u> par un formulaire (cette capacité est développée par le professeur de physique, la notion de série de Fourier n'étant pas abordée dans le cours de mathématiques).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>4. Géométrie</b>	
Vecteurs et système de coordonnées.	Exprimer les coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée d'un espace de dimension inférieure ou égale à 3. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.
Projection d'un vecteur et produit scalaire.	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire.
Produit vectoriel.	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres.  Ces capacités sont développées par le professeur de physique, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Transformations géométriques.	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations de l'espace. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace. Ces capacités sont développées par le professeur de physique ou de chimie, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Courbes planes.  Courbes planes paramétrées.	Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite, d'un cercle, d'une ellipse, d'une branche d'hyperbole, d'une parabole (concernant les coniques, cette capacité est développée par le professeur de physique, l'étude des coniques n'étant pas traitée en mathématiques).  Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé ; interpréter l'existence de points limites ou d'asymptotes à partir de l'équation $r = f(\theta)$ .  Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur. Identifier une ellipse à l'aide de sa représentation paramétrique ( $x = a \cdot \cos(\omega t)$ , $y = b \cdot \cos(\omega t - \varphi)$ ) et la tracer dans les cas particuliers $\varphi = 0$ , $\varphi = \pi/2$ et $\varphi = \pi$ .
Longueurs, aires et volumes classiques.	Connaître les expressions du périmètre d'un cercle, de l'aire d'un disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
Barycentre d'un système de points.	Connaître la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène. (cette capacité sera développée par le professeur de physique, l'étude du barycentre n'étant pas traitée en mathématiques).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>5. Trigonométrie</b>	
Angle orienté.	Définir une convention d'orientation des angles d'un plan (euclidien) et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles d'un plan perpendiculaire à cet axe.
Fonctions cosinus, sinus et tangente.	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire: relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ , relations entre fonctions trigonométriques et toutes relations du type $\cos(\pi \pm x)$ et $\cos\left(\frac{\pi}{2} \pm x\right)$ , parités, périodicité, valeurs des fonctions pour les angles usuels.  Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes.	Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>6. Analyse vectorielle</b>	
Gradient d'un champ scalaire.	Connaître le lien entre le gradient et la différentielle. Connaître l'expression de la différentielle en fonction des dérivées partielles. Connaître l'expression du gradient en coordonnées cartésiennes ; utiliser un formulaire fourni en coordonnées cylindriques ou sphériques. Utiliser le fait que le gradient d'une fonction $f$ est perpendiculaire aux surfaces iso- $f$ et orienté dans le sens des valeurs de $f$ croissantes.  (Ces capacités sont développées par le professeur de physique ou de chimie, la notion de différentielle n'étant pas abordée en mathématiques)



# Annexe 4

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

**Filière : scientifique**

**Voie : Physique, chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI) - Physique et sciences de l'ingénieur (PSI)**

**Discipline : Sciences industrielles de l'ingénieur**

**Première et seconde années**

# PROGRAMME DE SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR DANS LA FILIÈRE PCSI - PSI

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur dans la filière PCSI-PSI s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.

## 1. OBJECTIFS DE FORMATION

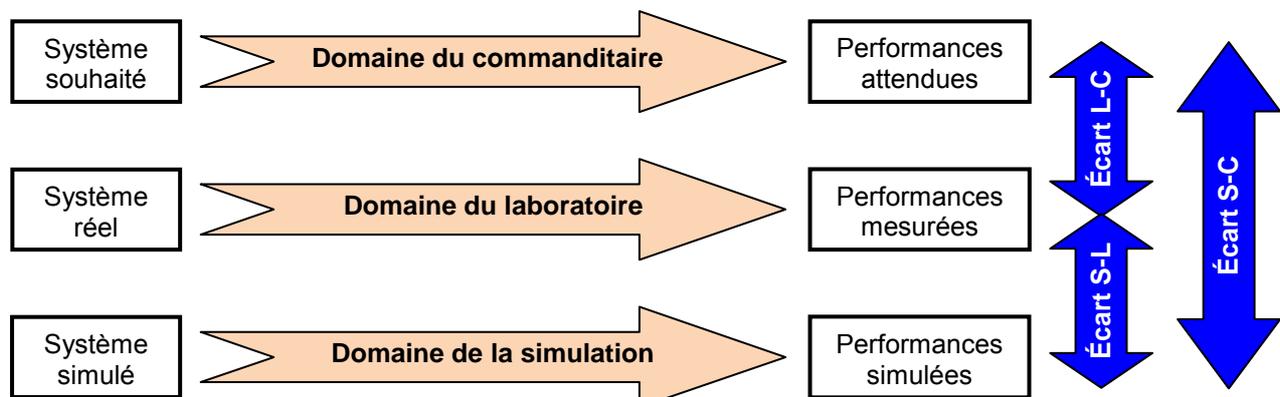
### 1.1. Finalités

La complexité des systèmes et leur développement dans un contexte économique et écologique contraint requièrent des ingénieurs et des scientifiques ayant des compétences scientifiques et technologiques de haut niveau, capables d'innover, de prévoir et maîtriser les performances de ces systèmes.

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur s'inscrit dans la préparation des élèves à l'adaptabilité, la créativité et la communication nécessaires dans les métiers d'ingénieurs, de chercheurs et d'enseignants.

L'enseignement des sciences industrielles de l'ingénieur a pour objectif d'aborder la démarche de l'ingénieur qui permet, en particulier :

- de conduire l'analyse fonctionnelle, structurelle et comportementale d'un système pluritechnologique ;
- de vérifier les performances attendues d'un système, par l'évaluation de l'écart entre un cahier des charges et des réponses expérimentales ;
- de proposer et de valider des modèles d'un système à partir d'essais, par l'évaluation de l'écart entre les performances mesurées et les performances calculées ou simulées ;
- de prévoir les performances d'un système à partir de modélisations, par l'évaluation de l'écart entre les performances calculées ou simulées et les performances attendues au cahier des charges ;
- d'analyser ces écarts et de proposer des solutions en vue d'une amélioration des performances.



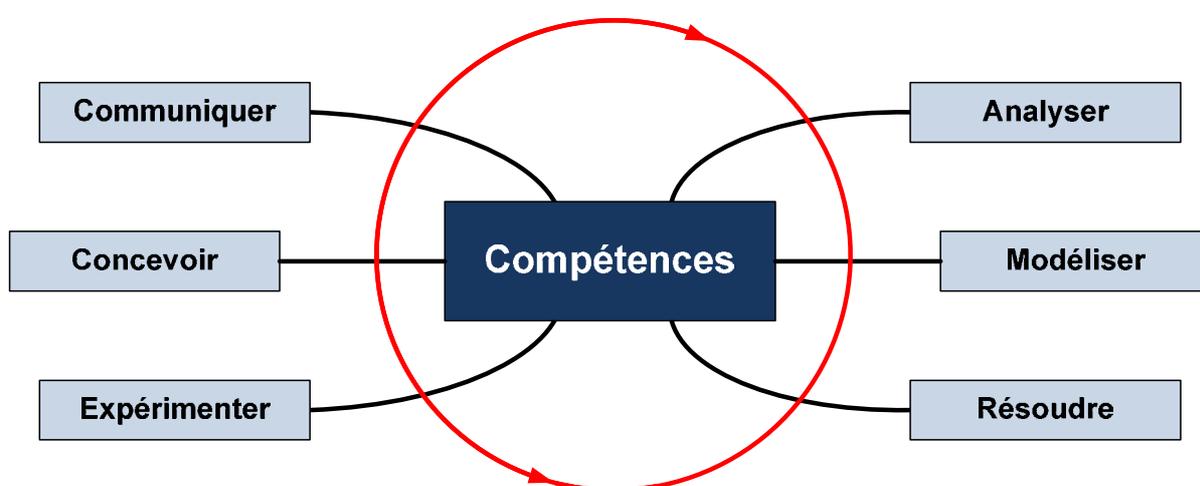
L'identification et l'analyse des écarts présentés mobilisent des compétences transversales qui sont développées en sciences industrielles de l'ingénieur, mais aussi en mathématiques et en sciences physiques. Les sciences industrielles de l'ingénieur constituent donc un vecteur de coopération interdisciplinaire et participent à la poursuite d'études dans l'enseignement supérieur.

Les systèmes complexes pluritechnologiques étudiés relèvent de grands secteurs technologiques : transport, énergie, production, bâtiment, santé, communication, environnement. Cette liste n'est pas exhaustive et les enseignants ont la possibilité de s'appuyer sur d'autres domaines qu'ils jugent pertinents. En effet, les compétences développées dans le programme sont transposables à l'ensemble des secteurs industriels.

Les technologies de l'information et de la communication sont systématiquement mises en œuvre dans l'enseignement. Elles accompagnent toutes les activités proposées et s'inscrivent naturellement dans le contexte collaboratif d'un environnement numérique de travail (ENT).

## 1.2. Objectifs généraux

À partir de systèmes industriels placés dans leur environnement technico-économique, la carte heuristique ci-dessous présente l'organisation du programme qui est décliné en compétences associées à des connaissances et savoir-faire :



Les compétences développées en sciences industrielles de l'ingénieur forment un tout cohérent, en relation directe avec la réalité industrielle qui entoure l'élève. Couplées à la démarche de l'ingénieur, elles le sensibilisent aux travaux de recherche, de développement et d'innovation.

*Analyser* permet des études fonctionnelles, structurelles et comportementales des systèmes conduisant à la compréhension de leur fonctionnement et à une justification de leur architecture. Via les activités expérimentales, elles permettent d'acquérir une culture des solutions industrielles qui facilitent l'appropriation de tout système nouveau. Cette approche permet de fédérer et assimiler les connaissances présentées dans l'ensemble des disciplines scientifiques de classes préparatoires aux grandes écoles.

*Modéliser* permet d'appréhender le réel et d'en proposer, après la formulation d'hypothèses, une représentation graphique, symbolique ou équationnelle pour comprendre son fonctionnement, sa structure et son comportement. Le modèle retenu permet des simulations afin d'analyser, de vérifier, de prévoir et d'améliorer les performances d'un système.

*Résoudre* permet de donner la démarche pour atteindre de manière optimale un résultat. La résolution peut être analytique ou numérique. L'outil de simulation numérique permet de prévoir les performances de systèmes complexes en s'affranchissant de la maîtrise d'outils mathématiques spécifiques.

*Expérimenter* permet d'appréhender le comportement des systèmes, de mesurer, d'évaluer et de modifier les performances. Les activités expérimentales sont au cœur de la formation et s'organisent autour de produits industriels instrumentés ou de systèmes didactisés utilisant des

solutions innovantes. Elles permettent de se confronter à la complexité de la réalité industrielle, d'acquérir une culture des solutions technologiques, de formuler des hypothèses pour modéliser le réel, d'en apprécier leurs limites de validité, de développer le sens de l'observation, le goût du concret et la prise d'initiative.

*Concevoir* permet de modifier l'architecture des systèmes pour satisfaire un cahier des charges. Elle permet également de faire évoluer le comportement des systèmes. Elle développe l'esprit d'initiative et la créativité des élèves.

*Communiquer* permet de décrire, avec les outils de la communication technique et l'expression scientifique et technologique adéquate, le fonctionnement, la structure et le comportement des systèmes.

### **1.3. Usage de la liberté pédagogique**

Les finalités et objectifs généraux de la formation en sciences industrielles de l'ingénieur laissent à l'enseignant une latitude certaine dans le choix de l'organisation de son enseignement, de ses méthodes, de sa progression globale, mais aussi dans la sélection de ses problématiques ou ses relations avec ses élèves, qui met fondamentalement en exergue sa liberté pédagogique, suffisamment essentielle pour lui être reconnue par la loi. La liberté pédagogique de l'enseignant peut être considérée comme le pendant de la liberté d'investigation de l'ingénieur et du scientifique.

Globalement, dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur peut organiser son enseignement en respectant deux principes :

- pédagogue, il doit privilégier la mise en activités des élèves en évitant le dogmatisme ; l'acquisition de connaissances et de savoir-faire est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La détermination des problématiques, alliée à un temps approprié d'échanges, favorise cette mise en activité ;
- didacticien, il doit recourir à la mise en contexte des connaissances, des savoir-faire et des systèmes étudiés ; les sciences industrielles de l'ingénieur et les problématiques qu'elles induisent se prêtent de façon privilégiée à une mise en perspective de leur enseignement avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées ; l'enseignant de sciences industrielles de l'ingénieur est ainsi conduit naturellement à recontextualiser son enseignement pour rendre la démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.

## **2. PROGRAMME**

Pour assurer la cohérence du programme, la totalité de l'enseignement est assurée par un même professeur sur chaque année de formation.

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur introduit des compétences fondamentales pour l'ingénieur et le scientifique. Celles-ci forment un tout que l'enseignant organise en fonction des connaissances et savoir-faire exigibles.

Le programme est élaboré en s'inspirant de l'approche projet, sans pour autant prétendre former les élèves à la conduite de projets.

La diversité des outils existants pour décrire les systèmes pluritechnologiques rend difficile la communication et la compréhension au sein d'une équipe regroupant des spécialistes de plusieurs disciplines. Il est indispensable d'utiliser des outils compréhensibles par tous et compatibles avec les spécificités de chacun.

Le langage de modélisation SysML (System Modeling Language) s'appuie sur une description graphique des systèmes et permet d'en représenter les constituants, les programmes, les flux d'information et d'énergie.

L'adoption de ce langage en classes préparatoires, situées en amont des grandes écoles, permet de répondre au besoin de modélisation à travers un langage unique. Il intègre la double approche structurelle et comportementale des systèmes représentatifs du triptyque matière - énergie - information.

Le langage SysML permet de décrire les systèmes selon différents points de vue cohérents afin d'en permettre la compréhension et l'analyse. Les diagrammes SysML remplacent les outils de description fonctionnelle et comportementale auparavant utilisés.

Les diagrammes SysML sont présentés uniquement à la lecture. La connaissance de la syntaxe du langage SysML n'est pas exigible.

Le programme est organisé selon la structure ci-dessous. Le séquençement proposé n'a pas pour objet d'imposer une chronologie dans l'étude du programme. Celui-ci est découpé en quatre semestres.

Il sera fait appel, chaque fois que nécessaire, à une étude documentaire destinée à analyser et à traiter l'information relative à la problématique choisie.

- **Analyser**
  - Identifier le besoin et les exigences
  - Définir les frontières de l'analyse
  - Appréhender les analyses fonctionnelle et structurelle
  - Caractériser des écarts
  - Apprécier la pertinence et la validité des résultats
- **Modéliser**
  - Identifier et caractériser les grandeurs physiques
  - Proposer un modèle de connaissance et de comportement
  - Valider un modèle
- **Résoudre**
  - Proposer une démarche de résolution
  - Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution analytique
  - Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution numérique
- **Expérimenter**
  - S'approprier le fonctionnement d'un système pluritechnologique
  - Proposer et justifier un protocole expérimental
  - Mettre en œuvre un protocole expérimental
- **Concevoir**
- **Communiquer**
  - Rechercher et traiter des informations
  - Mettre en œuvre une communication

Lorsqu'une connaissance et le(s) savoir-faire associé(s) sont positionnés au semestre Si, cela signifie :

- qu'ils doivent être acquis en fin de semestre Si ;
- qu'ils ont pu être introduits au cours des semestres précédents ;
- qu'ils peuvent être utilisés aux semestres suivants.

## A – Analyser

### A1 Identifier le besoin et les exigences

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Cahier des charges : - diagramme des exigences - diagramme des cas d'utilisation	Décrire le besoin Traduire un besoin fonctionnel en exigences Présenter la fonction globale Définir les domaines d'application, les critères technico-économiques Identifier les contraintes Identifier et caractériser les fonctions Qualifier et quantifier les exigences (critère, niveau)	S1	
<i>Commentaires</i> Les diagrammes SysML sont présentés uniquement à la lecture. La connaissance de la syntaxe du langage SysML n'est pas exigible.			
Impact environnemental	Évaluer l'impact environnemental (matériaux, énergies, nuisances)	S1	
<i>Commentaires</i> Il s'agit de sensibiliser les élèves au développement durable.			

### A2 Définir les frontières de l'analyse

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Frontière de l'étude Milieu extérieur	Isoler un système et justifier l'isolement Définir les éléments influents du milieu extérieur	S2	
Flux échangés	Identifier la nature des flux échangés (matière, énergie, information) traversant la frontière d'étude	S2	

### A3 Appréhender les analyses fonctionnelle et structurelle

Au premier semestre, les analyses fonctionnelles et structurelles seront limitées à la lecture. Elles permettent à l'élève d'appréhender la complexité du système étudié et de décrire les choix technologiques effectués par le constructeur. Au terme du second semestre, l'élève devra être capable de proposer un outil de description du système étudié.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Architectures fonctionnelle et structurelle : - diagrammes de définition de blocs - chaîne directe - système asservi - commande	Analyser les architectures fonctionnelle et structurelle Identifier les fonctions des différents constituants Repérer les constituants dédiés aux fonctions d'un système Identifier la structure d'un système asservi : chaîne directe, capteur, commande, consigne, comparateur, correcteur Identifier et positionner les perturbations Différencier régulation et poursuite	S1	
	Justifier le choix des constituants dédiés aux fonctions d'un système		S4
<i>Commentaires</i> Il faut insister sur la justification de l'asservissement par la présence de perturbations.			
Chaîne d'information et d'énergie : - diagramme de blocs internes	Identifier et décrire la chaîne d'information et la chaîne d'énergie du système Identifier les liens entre la chaîne d'énergie et la	S1	

- diagramme paramétrique	chaîne d'information Identifier les constituants de la chaîne d'information réalisant les fonctions acquérir, coder, communiquer, mémoriser, restituer, traiter Identifier les constituants de la chaîne d'énergie réalisant les fonctions agir, alimenter, convertir, moduler, transmettre, stocker		
	Vérifier l'homogénéité et la compatibilité des flux entre les différents constituants Identifier la nature et les caractéristiques des flux échangés Identifier et interpréter les modèles des constituants du système		S4
<i>Commentaires</i> Les descriptions des chaînes d'énergie et d'information permettent de construire une culture de solutions industrielles.			
Systèmes à événements discrets : - diagramme de séquences - diagramme d'états	Interpréter tout ou partie de l'évolution temporelle d'un système	S2	
Réversibilité de la chaîne d'énergie : - source - modulateur - actionneur - chaîne de transmission	Analyser la réversibilité d'un constituant dans une chaîne d'énergie		S3
<i>Commentaires</i> L'étude de la réversibilité de la chaîne d'énergie porte sur la structure, sans aborder la technologie interne du constituant.			

#### A4 Caractériser des écarts

La caractérisation des écarts est essentielle et commence dès le premier semestre.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Identification des écarts	Extraire du cahier des charges les grandeurs pertinentes Traiter des données de mesures et en extraire les caractéristiques statistiques Exploiter et interpréter les résultats d'un calcul ou d'une simulation		S4
<i>Commentaires</i> Il faut insister sur la pertinence du choix des grandeurs à évaluer.			
Quantification des écarts	Quantifier des écarts entre des valeurs attendues et des valeurs mesurées Quantifier des écarts entre des valeurs attendues et des valeurs obtenues par simulation Quantifier des écarts entre des valeurs mesurées et des valeurs obtenues par simulation		S4
Interprétation des écarts obtenus	Vérifier la cohérence des résultats d'expérimentation avec les valeurs souhaitées du cahier des charges Vérifier la cohérence du modèle choisi avec des résultats d'expérimentation Vérifier la cohérence du modèle choisi avec les valeurs souhaitées du cahier des charges Rechercher et proposer des causes aux écarts constatés		S4

## A5 Apprécier la pertinence et la validité des résultats

L'évaluation de la pertinence des résultats commence dès le premier semestre.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Grandeurs utilisées : - unités du système international - homogénéité des grandeurs	Utiliser des symboles et des unités adéquates Vérifier l'homogénéité des résultats	S1	
Ordres de grandeur	Prévoir l'ordre de grandeur et l'évolution de la mesure ou de la simulation Critiquer les résultats issus d'une mesure ou d'une simulation Identifier des valeurs erronées Valider ou proposer une hypothèse		S4

## B – Modéliser

### B1 Identifier et caractériser les grandeurs physiques

En fonction de la complexité des grandeurs physiques utilisées, celles-ci seront données au semestre 1 et exigées au semestre 2.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Caractéristiques des grandeurs physiques : - nature physique - caractéristiques fréquentielles - caractéristiques temporelles	Qualifier les grandeurs d'entrée et de sortie d'un système isolé Identifier la nature (grandeur effort, grandeur flux) Décrire l'évolution des grandeurs	S2	
<i>Commentaires</i> <i>Le point de vue de l'étude conditionne le choix de la grandeur d'effort ou de la grandeur de flux à utiliser.</i> <i>La dualité temps-fréquence est mise en évidence.</i>			
Flux de matière Flux d'information	Qualifier la nature des matières, quantifier les volumes et les masses Identifier la nature de l'information et la nature du signal	S2	
Énergie Puissance Rendement	Associer les grandeurs physiques aux échanges d'énergie et à la transmission de puissance Identifier les pertes d'énergie Évaluer le rendement d'une chaîne d'énergie en régime permanent Déterminer la puissance des actions mécaniques extérieures à un solide ou à un ensemble de solides, dans son mouvement rapport à un autre solide Déterminer la puissance des actions mécaniques intérieures à un ensemble de solides		S3
<i>Commentaires</i> <i>La puissance est toujours égale au produit d'une grandeur « effort » (force, couple, pression, tension électrique, température) par une grandeur « flux » (vitesse, vitesse angulaire, débit volumique, intensité du courant, flux d'entropie).</i>			

## B2 Proposer un modèle de connaissance et de comportement

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Chaîne d'énergie et d'information	Choisir un modèle adapté à l'objectif		S4
	Construire un modèle multiphysique simple Définir les paramètres du modèle	S2	
	Associer un modèle à une source d'énergie Associer un modèle aux composants d'une chaîne d'énergie Associer un modèle aux composants d'une chaîne d'information		S3
<i>Commentaires</i> <i>Un logiciel de modélisation acausale sera privilégié pour la modélisation des systèmes multiphysiques.</i>			
Systèmes linéaires continus et invariants : - modélisation par équations différentielles - calcul symbolique - fonction de transfert ; gain, ordre, classe, pôles et zéros	Déterminer les fonctions de transfert à partir d'équations physiques (modèle de connaissance)	S1	
<i>Commentaires</i> <i>L'utilisation de la transformée de Laplace ne nécessite aucun prérequis. Sa présentation se limite à son énoncé et aux propriétés du calcul symbolique strictement nécessaires à ce cours. Les théorèmes de la valeur finale, de la valeur initiale et du retard sont donnés sans démonstration.</i>			
Signaux canoniques d'entrée : - impulsion - échelon - rampe - signaux sinusoïdaux	Caractériser les signaux canoniques d'entrée	S1	
Schéma-bloc : - fonction de transfert en chaîne directe - fonction de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée	Analyser ou établir le schéma-bloc du système Déterminer les fonctions de transfert	S1	
Linéarisation des systèmes non linéaires	Linéariser le modèle autour d'un point de fonctionnement		S3
Modèles de comportement	Renseigner les paramètres caractéristiques d'un modèle de comportement (premier ordre, deuxième ordre, dérivateur, intégrateur, gain, retard)	S1	
<i>Commentaires</i> <i>Un modèle de comportement est associé à l'observation de la réponse expérimentale d'un constituant.</i>			
Solide indéformable : - définition - référentiel, repère - équivalence solide/référentiel - degrés de liberté - vecteur-vitesse angulaire de deux référentiels en mouvement l'un par rapport à l'autre	Paramétrer les mouvements d'un solide indéformable Associer un repère à un solide Identifier les degrés de liberté d'un solide par rapport à un autre solide	S1	
<i>Commentaires</i> <i>Le paramétrage avec les angles d'Euler ou les angles de roulis, de tangage et de lacet est présenté, mais la maîtrise de ces angles n'est pas exigible.</i>			

Modélisation plane	Préciser et justifier les conditions et les limites de la modélisation plane	S2	
Torseur cinématique	Déterminer le torseur cinématique d'un solide par rapport à un autre solide	S2	
<i>Commentaires</i> Seuls les éléments essentiels de la théorie des torseurs – opérations, invariants, axe central, couple et glisseur – sont présentés.			
Centre d'inertie Opérateur d'inertie Matrice d'inertie Torseur cinétique Torseur dynamique Énergie cinétique	Déterminer le torseur dynamique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, par rapport à un autre solide Déterminer l'énergie cinétique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, dans son mouvement par rapport à un autre solide		S3
<i>Commentaires</i> Les calculs des éléments d'inertie (matrice d'inertie, centre d'inertie) ne donnent pas lieu à évaluation. La relation entre la forme de la matrice d'inertie et la géométrie de la pièce est exigible.			
Actions mécaniques : - modélisation locale, actions à distance et de contact - modélisation globale, torseur associé - lois de Coulomb - adhérence et glissement - résistance au roulement et au pivotement	Associer un modèle à une action mécanique Déterminer la relation entre le modèle local et le modèle global	S2	
Liaisons : - géométrie des contacts entre deux solides - définition du contact ponctuel entre deux solides : roulement, pivotement, glissement, condition cinématique de maintien du contact - définition d'une liaison - liaisons normalisées entre solides, caractéristiques géométriques et repères d'expression privilégiés - torseur cinématique des liaisons normalisées - torseur des actions mécaniques transmissibles dans les liaisons normalisées - associations de liaisons en série et en parallèle - liaisons cinématiquement équivalentes	Proposer une modélisation des liaisons avec une définition précise de leurs caractéristiques géométriques Associer le paramétrage au modèle retenu Associer à chaque liaison son torseur cinématique Associer à chaque liaison son torseur d'actions mécaniques transmissibles	S2	
<i>Commentaires</i> L'analyse des surfaces de contact entre deux solides et de leur paramétrage associé permet de mettre en évidence les degrés de libertés entre ces solides. Les normes associées aux liaisons usuelles seront fournies. Les conditions et les limites de la modélisation plane sont précisées et justifiées.			

Chaînes de solides : - degré de mobilité du modèle - degré d'hyperstatisme du modèle	Déterminer les conditions géométriques associées à l'hyperstatisme		S4
Systèmes logiques : - codage de l'information - binaire naturel, binaire réfléchi - représentation hexadécimale - table de vérité - opérateurs logiques fondamentaux (ET, OU, NON)	Coder une information Exprimer un fonctionnement par des équations logiques	S2	
<i>Commentaires</i> <i>La table de vérité est réservée à la représentation de systèmes logiques, mais elle ne sera pas utilisée pour la simplification des équations logiques.</i>			
Systèmes à événements discrets Chronogramme	Représenter tout ou partie de l'évolution temporelle	S2	
Structures algorithmiques : - variables - boucles, conditions, transitions conditionnelles	Décrire et compléter un algorithme représenté sous forme graphique	S2	
<i>Commentaires</i> <i>La présentation graphique permet de s'affranchir d'un langage de programmation spécifique.</i>			

### B3 Valider un modèle

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Point de fonctionnement Non-linéarités (hystérésis, saturation, seuil)	Vérifier la cohérence du modèle choisi avec les résultats d'expérimentation		S3
<i>Commentaires</i> <i>L'accent est porté sur les approximations faites, leur cohérence et le domaine de validité.</i>			
Pôles dominants et réduction de l'ordre du modèle : - principe - justification	Réduire l'ordre de la fonction de transfert selon l'objectif visé, à partir des pôles dominants qui déterminent la dynamique asymptotique du système		S3
Grandeurs influentes d'un modèle	Déterminer les grandeurs influentes Modifier les paramètres et enrichir le modèle pour minimiser l'écart entre les résultats simulés et les réponses mesurées		S4

## C – Résoudre

### C1 Proposer une démarche de résolution

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Chaînes de solides : - principe fondamental de la dynamique - théorème de l'énergie cinétique	Proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement Proposer une méthode permettant la détermination d'une inconnue de liaison Choisir une méthode pour déterminer la valeur des paramètres conduisant à des positions d'équilibre		S3
<i>Commentaires</i> Le principe fondamental de la statique est proposé comme un cas particulier du principe fondamental de la dynamique.			
Correction	Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral et à avance de phase		S3
<i>Commentaires</i> Les relations entre les paramètres de réglage sont fournies.			

### C2 Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution analytique

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Réponses temporelle et fréquentielle : - systèmes du 1 <sup>er</sup> et du 2 <sup>e</sup> ordre - intégrateur	Déterminer la réponse temporelle Déterminer la réponse fréquentielle Tracer le diagramme asymptotique de Bode	S1	
<i>Commentaires</i> Seule la connaissance de la réponse temporelle à un échelon est exigible. Seul le diagramme de Bode est au programme.			
Stabilité des SLCI : - définition entrée bornée - sortie bornée (EB-SB) - équation caractéristique - position des pôles dans le plan complexe - marges de stabilité (de gain et de phase)	Analyser la stabilité d'un système à partir de l'équation caractéristique Déterminer les paramètres permettant d'assurer la stabilité du système Relier la stabilité aux caractéristiques fréquentielles		S3
<i>Commentaires</i> La définition de la stabilité est faite au sens : entrée bornée - sortie bornée (EB - SB) Il faut insister sur le fait qu'un système perturbé conserve la même équation caractéristique dans le cas de perturbations additives.			
Rapidité des SLCI : - temps de réponse à 5 % - bande passante	Prévoir les performances en termes de rapidité Relier la rapidité aux caractéristiques fréquentielles	S1	
Précision des SLCI : - erreur en régime permanent - influence de la classe de la fonction de transfert en boucle ouverte	Déterminer l'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une entrée en échelon ou en rampe (consigne ou perturbation) Relier la précision aux caractéristiques fréquentielles		S3
<i>Commentaires</i> Il faut insister sur la nécessité de comparer des grandeurs homogènes, par exemple la nécessité d'adapter la sortie et sa consigne. L'erreur est la différence entre la valeur de la consigne et celle de sortie.			

Loi entrée – sortie géométrique	Déterminer la loi entrée - sortie géométrique d'une chaîne cinématique	S2	
Dérivée temporelle d'un vecteur par rapport à un référentiel Relation entre les dérivées temporelles d'un vecteur par rapport à deux référentiels distincts Loi entrée – sortie cinématique Composition des vitesses angulaires Composition des vitesses	Déterminer les relations de fermeture de la chaîne cinématique Déterminer la loi entrée - sortie cinématique d'une chaîne cinématique Résoudre le système associé à la fermeture cinématique et en déduire le degré de mobilité et d'hyperstatisme	S2	S4
<p><i>Commentaires</i>  <i>Pour la dérivée d'un vecteur, on insiste sur la différence entre référentiel d'observation et éventuelle base d'expression du résultat.</i>  <i>La maîtrise des méthodes graphiques n'est pas exigible.</i>  <i>La recherche du degré d'hyperstatisme a pour objectif de déterminer les conditions géométriques à respecter.</i></p>			
Principe fondamental de la statique Équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides Théorème des actions réciproques Modèles avec frottement : arc-boutement	Déterminer le calcul complet des inconnues de liaison Déterminer la valeur des paramètres conduisant à des positions d'équilibre (par exemple l'arc-boutement)	S2	
<p><i>Commentaires</i>  <i>Le principe fondamental de la statique est proposé comme un cas particulier du principe fondamental de la dynamique.</i>  <i>L'étude des conditions d'équilibre pour les mécanismes qui présentent des mobilités constitue une première sensibilisation au problème de recherche des équations de mouvement étudié en seconde année.</i>  <i>Les conditions et les limites de la modélisation plane sont précisées et justifiées.</i>  <i>La maîtrise des méthodes graphiques n'est pas exigible.</i></p>			
Principe fondamental de la dynamique Conditions d'équilibrage statique et dynamique	Déterminer les inconnues de liaison ou les efforts extérieurs spécifiés dans le cas où le mouvement est imposé Déterminer la loi du mouvement sous forme d'équations différentielles dans le cas où les efforts extérieurs sont connus		S3
<p><i>Commentaires</i>  <i>Le modèle utilisé est isostatique.</i>  <i>La résolution de ces équations différentielles peut être conduite par des logiciels adaptés.</i></p>			
Inertie équivalente Théorème de l'énergie cinétique ou théorème de l'énergie/puissance	Déterminer la loi du mouvement sous forme d'équations différentielles dans le cas où les efforts extérieurs sont connus		S4

### C3 Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution numérique

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Paramètres de résolution numérique : - durée de calcul - pas de calcul	Choisir les valeurs des paramètres de la résolution numérique	S2	
Grandeurs simulées	Choisir les grandeurs physiques tracées	S2	
<i>Commentaires</i> <i>Le choix des grandeurs analysées doit être en lien avec les performances à vérifier.</i>			
Variabilité des paramètres du modèle de simulation	Choisir les paramètres de simulation Faire varier un paramètre et comparer les courbes obtenues		S4

## D – Expérimenter

### D1 S'approprier le fonctionnement d'un système pluritechnologique

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Chaîne d'énergie	Repérer les différents constituants de la chaîne d'énergie	S1	
Chaîne d'information	Repérer les différents constituants de la chaîne d'information	S1	
Paramètres influents	Régler les paramètres de fonctionnement d'un système Mettre en évidence l'influence des paramètres sur les performances du système		S4
<i>Commentaires</i> <i>Les activités expérimentales permettent d'appréhender les incompatibilités entre les exigences de performances.</i>			

### D2 Proposer et justifier un protocole expérimental

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Modèles de comportement d'un système	Prévoir l'allure de la réponse attendue Prévoir l'ordre de grandeur de la mesure	S2	
Protocoles expérimentaux	Choisir les configurations matérielles du système en fonction de l'objectif visé Choisir la grandeur physique à mesurer ou justifier son choix Choisir les entrées à imposer pour identifier un modèle de comportement		S4
Chaîne d'acquisition Filtrage Échantillonnage Quantification	Justifier la chaîne d'acquisition utilisée Prévoir la quantification nécessaire à la précision souhaitée		S4
<i>Commentaires</i> <i>Les notions sur le filtrage s'appuient sur le cours de physique.</i>			

### D3 Mettre en œuvre un protocole expérimental

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Règles de sécurité élémentaires	Mettre en œuvre un système complexe en respectant les règles de sécurité		S4
<i>Commentaires</i> <i>Les règles de sécurité sont découvertes au travers des activités expérimentales.</i>			
Chaîne d'acquisition Fréquence d'échantillonnage	Mettre en œuvre la chaîne d'acquisition Appréhender l'influence de la fréquence d'échantillonnage sur les mesures effectuées		S4
Paramètres de configuration du système	Régler les paramètres de fonctionnement d'un système		S4
Réversibilité de la chaîne d'énergie Source, modulateur, actionneur, chaîne de transmission	Mesurer les grandeurs d'effort et de flux Quantifier les pertes dans les constituants d'une chaîne d'énergie		S4
Routines, procédures Systèmes logiques à événements discrets	Générer un programme et l'implanter dans le système cible Réaliser une intégration et une dérivation sous une forme numérique (somme et différence)		S4
<i>Commentaires</i> <i>L'influence de la période d'échantillonnage est illustrée.</i>			
Modèles de comportement	Extraire les grandeurs désirées et les traiter	S2	
Identification temporelle d'un modèle de comportement	Identifier les paramètres caractéristiques d'un modèle du premier ordre ou du deuxième ordre à partir de sa réponse indicielle	S1	
<i>Commentaires</i> <i>Les abaques nécessaires à l'identification sont fournis.</i>			
Identification fréquentielle d'un modèle de comportement	Identifier les paramètres caractéristiques d'un modèle de comportement à partir de sa réponse fréquentielle Associer un modèle de comportement (premier ordre, deuxième ordre, intégrateur, gain) à partir de sa réponse fréquentielle	S1	
<i>Commentaires</i> <i>D'un point de vue fréquentiel, seul le diagramme de Bode est développé pour l'identification d'un modèle de comportement.</i>			

### E – Concevoir

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Architecture fonctionnelle et structurelle	Proposer une architecture fonctionnelle et les constituants associés		S4
<i>Commentaires</i> <i>Cette proposition se fait sous forme d'association de blocs.</i>			
Correction d'un système asservi	Choisir un type de correcteur adapté		S4
<i>Commentaires</i> <i>Cette correction ne concerne que les correcteurs à actions proportionnelle, proportionnelle intégral et à avance de phase.</i>			
Système logique Systèmes à événements discrets Structures algorithmiques	Modifier un programme pour faire évoluer le comportement du système	S2	
<i>Commentaires</i> <i>La syntaxe de l'outil utilisé pour concevoir ou modifier un programme est fournie. Les modifications portent sur les états, les transitions, les instructions conditionnelles, les instructions itératives et les appels simples de fonctions.</i>			

## F – Communiquer

### F1 Rechercher et traiter des informations

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Informations techniques	Extraire les informations utiles d'un dossier technique Effectuer une synthèse des informations disponibles dans un dossier technique Vérifier la nature des informations Trier les informations selon des critères Distinguer les différents types de documents en fonction de leurs usages	S2	
Schémas cinématique, électrique, hydraulique et pneumatique	Lire et décoder un schéma		S4
<i>Commentaires</i> <i>Les normes de représentation des schémas sont fournies.</i>			
Langage SysML	Lire et décoder un diagramme	S2	
<i>Commentaires</i> <i>Les normes de représentation du langage SysML sont fournies et la connaissance de la syntaxe n'est pas exigible.</i>			

### F2 Mettre en œuvre une communication

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Outils de communication	Choisir les outils de communication adaptés par rapport à l'interlocuteur Faire preuve d'écoute et confronter des points de vue Présenter les étapes de son travail Présenter de manière argumentée une synthèse des résultats	S2	
<i>Commentaires</i> <i>Les outils de communication sont découverts au travers des activités expérimentales.</i>			
Langage technique	Choisir l'outil de description adapté à l'objectif de la communication Décrire le fonctionnement du système en utilisant un vocabulaire adéquat		S4
Schémas cinématique, électrique	Réaliser un schéma cinématique Réaliser un schéma électrique	S2	
<i>Commentaires</i> <i>Les normes de représentation sont fournies.</i>			