

Champ des vecteurs accélérations

Le problème

Le champ des vecteurs vitesses est un champ de vecteurs équiprojectif.
Qu'en est-il du champ des vecteurs accélérations ?

Etude d'un mouvement (2/1)

Soit un solide 2 en mouvement par rapport à un solide 1.

Soient P et Q deux points fixes dans 2

Entre ces deux points, la relation génératrice du champ des vecteurs vitesses s'écrit :

$$\vec{V}(Q, 2/1) = \vec{V}(P, 2/1) + \vec{\Omega}(2/1) \wedge \vec{PQ} \quad (1)$$

Par définition du vecteur accélération, le point Q étant fixe à chaque instant dans 2 :

$$\vec{A}(Q, 2/1) = \left[\frac{d\vec{V}(Q, 2/1)}{dt} \right]_1 \quad (2)$$

Par substitution, on en déduit :

$$\vec{A}(Q, 2/1) = \left[\frac{d\vec{V}(P, 2/1)}{dt} \right]_1 + \left[\frac{d\vec{\Omega}(2/1) \wedge \vec{PQ}}{dt} \right]_1 \quad (3)$$

Le point P étant à chaque instant fixe dans 2, et par définition du vecteur accélération :

$$\triangleright \left[\frac{d\vec{V}(P, 2/1)}{dt} \right]_1 = \vec{A}(P, 2/1) \quad (4)$$

Par ailleurs :

$$\triangleright \left[\frac{d\vec{\Omega}(2/1) \wedge \vec{PQ}}{dt} \right]_1 = \left[\frac{d\vec{\Omega}(2/1)}{dt} \right]_1 \wedge \vec{PQ} + \vec{\Omega}(2/1) \wedge \left[\frac{d\vec{PQ}}{dt} \right]_1 \quad (5)$$

$$\text{avec } \left[\frac{d\vec{PQ}}{dt} \right]_1 = \vec{\Omega}(2/1) \wedge \vec{PQ} \quad \text{Cf. champ des vecteurs vitesses} \quad (6)$$

Au bilan, la relation sur le champ des vecteurs accélérations s'écrit :

$$\vec{A}(Q, 2/1) = \vec{A}(P, 2/1) + \left[\frac{d\vec{\Omega}(2/1)}{dt} \right]_1 \wedge \vec{PQ} + \vec{\Omega}(2/1) \wedge (\vec{\Omega}(2/1) \wedge \vec{PQ}) \quad (7)$$

En effectuant la multiplication scalaire des deux membres par le vecteur \vec{PQ} ,

et en constatant que le terme $\vec{\Omega}(2/1) \wedge (\vec{\Omega}(2/1) \wedge \vec{PQ}) \cdot \vec{PQ}$ est différent de 0, on en déduit :

$$\vec{A}(Q, 2/1) \cdot \vec{PQ} \neq \vec{A}(P, 2/1) \cdot \vec{PQ} \quad (8)$$

Conclusion

Le champ des vecteurs accélérations n'est pas un champ de vecteurs équiprojectif.

Remarque :

En conséquence, le calcul d'un vecteur accélération est usuellement mené par dérivation directe du vecteur vitesse.